EQUAZIONI ESPONENZIALI

Come riconoscerle

- La x è nell'esponente.
- Esempi: $2^x = 8 \quad 3^{2x-1} = 27 \quad 5^x + 5^{x+1} = 150$

Prima domanda

- Le basi sono uguali?
  - Sì: continua
  - No: provare a riscriverle tutte con la stessa base.
    NON si possono eguagliare esponenti con basi diverse.

Caso 1: se c'è solo il simbolo $=$ (esempio $2^{3x} = 2^{x+4}$)

- Se le basi sono uguali, eguaglia gli esponenti e risolvi l'equazione.
  Esempio: $6^x = 36 \rightarrow 6^x = 6^2 \rightarrow x = 2$
- Se ci sono solo operazioni di moltiplicazione e/o divisione puoi eguagliare gli esponenti e risolvere direttamente l'equazione

Caso 2: trovo termini con esponenti diversi $2x; x;$ …

- Se ci sono $+$ o $-$: riscrivi le potenze utilizzando le proprietà
  Esempio: $5^{2x+1} = 5^{2x} \cdot 5^1$
- Porre $t = 5^x$
- Risolvere l'equazione in t (Attenzione: spesso si tratta di un'equazione di secondo grado, *esempio* $5^{2x+1} = 5^{2x} \cdot 5^1 \rightarrow pongo \ t = 5^x \rightarrow 5t^2$).
- Dopo aver risolto, sostituisci nell'uguaglianza e trova il valore di x.

Caso 3: all'esponente ci sono $x + 1; x - 2; x + 3;$ …

- In questo caso **raccogli a fattor comune utilizzando l'esponente più piccolo**; quindi, esegui i calcoli e risolvi.
  Nell'esempio il fattore minore era $x - 2$.

Procedura

1) Controlla le basi.
2) Guarda se ci sono $+$ o $-$.
   2.1) Solo $=$ o moltiplicazioni/divisioni → uguaglia esponenti.
   2.2) Con $+$ o $-$ all'esponente → raccogli a fattor comune (caso 3) o sostituisci $t = a^x$ (caso 2).
3) Risolvi e ricava la x.

PROPRIETÀ DELLE POTENZE

Se vedi...	Cosa fai?	Risultato
$a^m \cdot a^n$	Somma gli esponenti	a^{m+n}
$\frac{a^m}{a^n}$	Sottrai gli esponenti	a^{m-n}
$(a^m)^n$	Moltiplica gli esponenti	$a^{m \cdot n}$
$(ab)^n$	Eleva entrambi i fattori	$a^n \cdot b^n$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n$	Eleva numeratore e denominatore	$\frac{a^n}{b^n}$
a^0	Sostituisci con **1**	1 *(con* $a \neq 0$*)*
a^1	Elimina l'esponente	a
a^{-n}	Porta la potenza al denominatore	$\frac{1}{a^n}$
$a^{m/n}$		$\sqrt[n]{a^m}$
$\frac{a^{-n}}{b}$		$\frac{b^n}{a}$
Se trovi...		**Trasforma in...**
a^{x+1}		$a \cdot a^x$
a^{x+2}		$a^2 \cdot a^x$
a^{x-1}		$\frac{a^x}{a}$
a^{2x}		$(a^x)^2$
a^{3x}		$(a^x)^3$

CONDIZIONI DI ESISTENZA DI UNA FUNZIONE ESPONENZIALE

$$f(x) = a^x$$

- La base deve essere positiva (maggiore di 0): $\boldsymbol{a > 0}$
- La base deve essere diversa da 1: $\boldsymbol{a \neq 1}$
- L'esponente può essere **qualsiasi numero reale** (controlla solo se ci sono eventuali x al denominatore in caso di frazione o radici con indici pari).