Statistica
Esercitazione II

29 Settembre 2022

Esercizio 1 (Grafici e moda) La seguente tabella riporta alcuni caratteri di 6 soggetti intervistati:

Colore capelli	*Livello lavorativo*	*Numero figli*	*Peso (kg)*
Biondo	Impiegato	2	71
Castano	Quadro	1	76
Castano	Impiegato	1	84
Nero	Quadro	0	67
Biondo	Quadro	3	63
Castano	Manager	2	81

1. Per i caratteri *Colore capelli*, *Livello lavorativo* e *Numero figli* si calcolino le distribuzioni di frequenza (assolute, relative e cumulate), se ne fornisca l'opportuna rappresentazione grafica e si determini la moda.

2. Per il carattere *Peso* si proceda alla suddivisione in classi $60 \dashv 70$, $70 \dashv 75$, $75 \dashv 85$, si calcoli la distribuzione di frequenza (anche cumulata) e se ne fornisca l'opportuna rappresentazione grafica. Si determini, infine, la moda della distribuzione.

Esercizio 2 (Mediana per caratteri qualitativi ordinati e quantitativi discreti)

1. Si consideri la seguente distribuzione di frequenza per il carattere *Qualità prodotto*:

Qualità prodotto	n_i
Pessima	3
Scarsa	2
Buona	4
Eccellente	1
	10

a. Determinare la mediana.

b. Qual è la mediana della distribuzione nell'ipotesi che la frequenza assoluta associata ad *Eccellente* sia 2?

2. Siano date le seguenti osservazioni del carattere X:

X	31	4	3	16	5	7	6	5	8	14

a. Determinare la mediana.

b. Come sarebbe cambiata la mediana della distribuzione se avessimo avuto due osservazioni per la misura 8 anzichè una?

Esercizio 3 (Mediana per caratteri quantitativi continui raggruppati in classi e medie potenziate) Si consideri la distribuzione dei pesi (in Kg) dei pacchi spediti da un'azienda commerciale in un giorno:

Peso (Kg)	n_i
$5 \dashv 10$	3
$10 \dashv 20$	7
$20 \dashv 30$	7
$30 \dashv 50$	6

1. Dopo aver calcolcato le opportune quantità, fornire la rappresentazione grafica della distribuzione e il grafico delle frequenze cumulate e determinare la moda.

2. Calcolare la mediana.

3. Calcolare la media aritmetica, quadratica, armonica e geometrica.

ESERCIZIO 1

1. COLORE CAPELLI: QUALITATIVA SCONNESSA → GRAFICO A TORTA

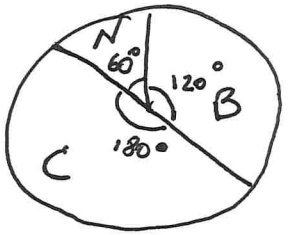
x_i	n_i	f_i
BIONDO	2	$2/6 = 1/3$
CASTANO	3	$3/6 = 1/2$
NERO	1	$1/6$
	6	1

$$360 : n = \alpha_i : n_i \Rightarrow \alpha_i = \frac{360 \cdot n_i}{n} = 360 \cdot f_i$$

$$\alpha_{BIONDO} = 360 \cdot \frac{1}{3} = 120$$

$$\alpha_{CASTANO} = 360 \cdot \frac{1}{2} = 180$$

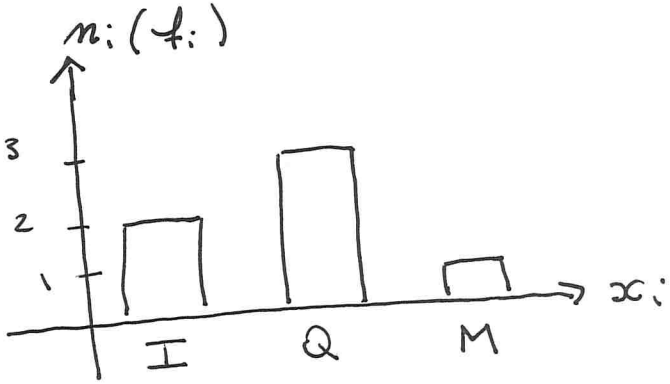
$$\alpha_{NERO} = 360 \cdot \frac{1}{6} = 60$$



$Mo(X)$ = CASTANO, POICHÉ FREQ. ASSOLUTA (REL.) PIÙ ELEVATA.

LIVELLO LAVORATIVO : VARIABILE QUALITATIVA ORDINATA → DIAGRAMMA A RETTANGOLI SEPARATI

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
IMPIEGATO	2	2	$2/6 = 1/3$	$2/6 = 1/3$
QUADRO	3	5	$3/6 = 1/2$	$2/6 + \frac{3}{6} = 5/6$
MANAGER	1	6	$1/6$	$5/6 + 1/6 = 1$
	6		1	

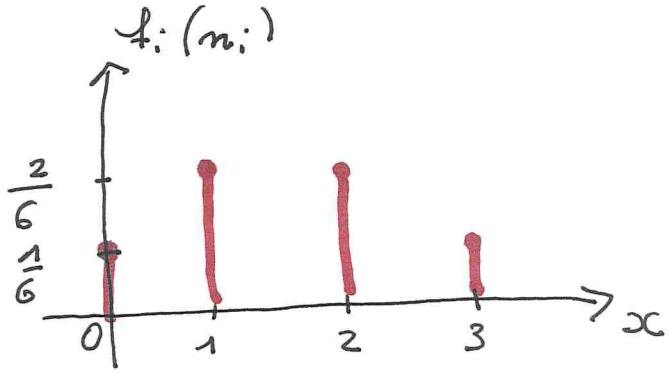


$Mo(X)$ = QUADRO $(n_i = 3,\ f_i = 1/2)$

(RETTANGOLI HANNO TUTTI LA STESSA BASE)

NUMERO DI FIGLI : VAR. QUANTITATIVA DISCRETA → DIAGRAMMA A BASTONCINI

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
0	1	1	1/6	1/6
1	2	3	2/6	3/6 = 1/2
2	2	5	2/6	5/6
3	1	6	1/6	1
	6		1	



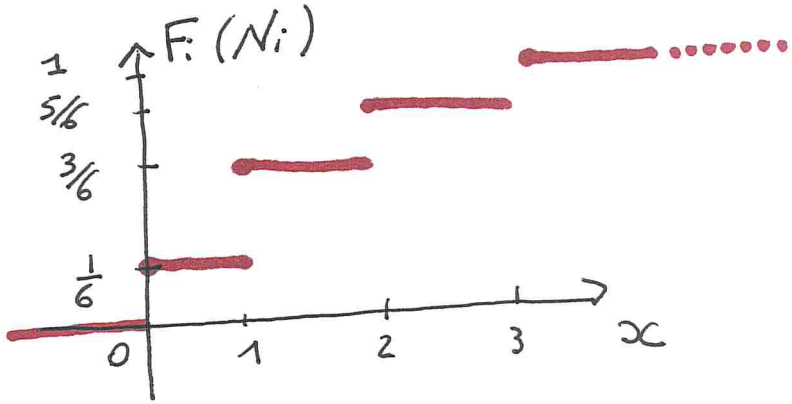


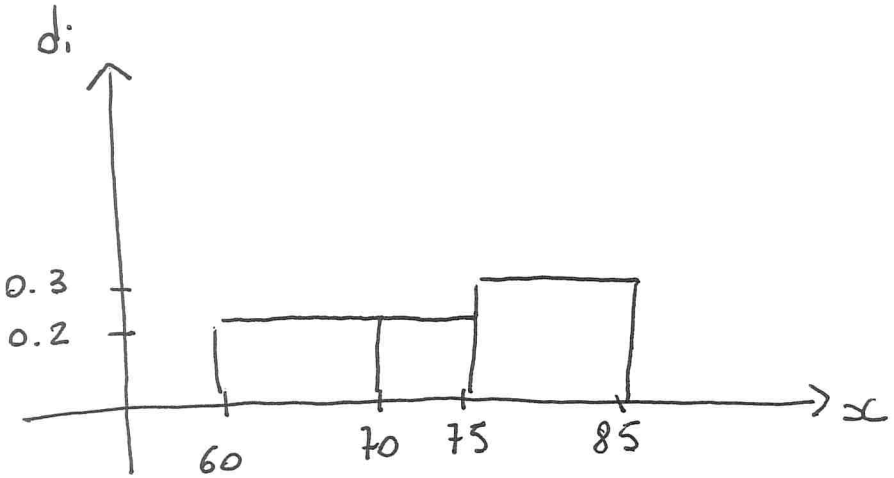
GRAFICO A GRADINI

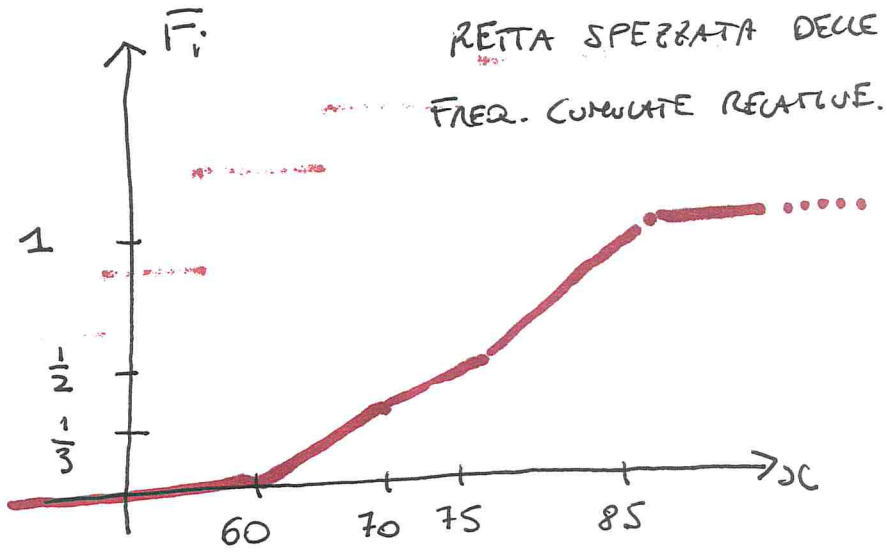
$\text{Moda}(X) = \{1, 2\}$ (FREQ ASSOL. O RELAT. PIÙ ELEVATE)

→ DISTRIBUZIONE PLURIMODALE.

2. <u>PESO (Kg)</u> : VAR. QUANTITATIVA CONTINUA SUDDIVISA IN CLASSI → ISTOGRAMMA

$h_{i-1} \dashv h_i$	n_i	N_i	a_i	$d_i = n_i/a_i$	f_i	F_i
60 ⊣ 70	2	2	10	$2/10 = 0.2$	$2/6 = 1/3$	$2/6 = 1/3$
70 ⊣ 75	1	3	5	$1/5 = 0.2$	$1/6$	$3/6 = 1/2$
75 ⊣ 85	3	6	10	$3/10 = 0.3$	$3/6 = 1/2$	1
	6					





RETTA SPEZZATA DELLE FREQ. CUMULATE RELATIVE.

CLASSE MODALE : QUELLA CON d_i PIÙ ELEVATA → 75 ⊣ 85

$$\text{Moda}(X) = \frac{75+85}{2} = \frac{160}{2} = 80$$

ESERCIZIO 2

1. QUALITÀ PRODOTTO : QUALITATIVA ORDINATA

a)

x_i	n_i	N_i
PES.	3	3
SCA.	2	5 ←
BUO.	4	9 ←
ECC.	1	10
	10	

$n = 10$ pari.

POS. CENTRALI: $\frac{n}{2} = \frac{10}{2} = 5$, $\frac{n}{2} + 1 = 6$

$x_{(5)}$ = "SCARSO" , $x_{(6)}$ = "BUONO"

$\Rightarrow$ Mediana $(X) = \{$"SCARSO", "BUONO"$\}$.

b)

x_i	n_i	N_i
PES.	3	3
SCA.	2	5
BUO.	4	9 ←
ECC.	2	11
	11	

$n = 11$ dispari

POS. CENTRALE: $\frac{n+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$

$\Rightarrow$ Mediana $(X) = x_{(6)}$ = "BUONA"

2. X: VAR. QUANTITATIVA DISCRETA

a) X | 3 4 5 5 6 7 8 14 16 31 $\quad n = 10$ OSSERVAZIONI PARI

$\Rightarrow$ POS. CENTRALI: $\frac{n}{2} = 5$, $\frac{n}{2} + 1 = 6$ $\Rightarrow x_{(5)} = 6$, $x_{(6)} = 7$

$$\Rightarrow \text{Mediana}(X) = \frac{x_{(5)} + x_{(6)}}{2} = \frac{6+7}{2} = 6.5$$

b) X | 3 4 5 5 6 7 8 8 14 16 31 $\quad n = 11$ OSSERVAZIONI DISPARI

$\Rightarrow$ POS. CENTRALE: $\frac{n+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$

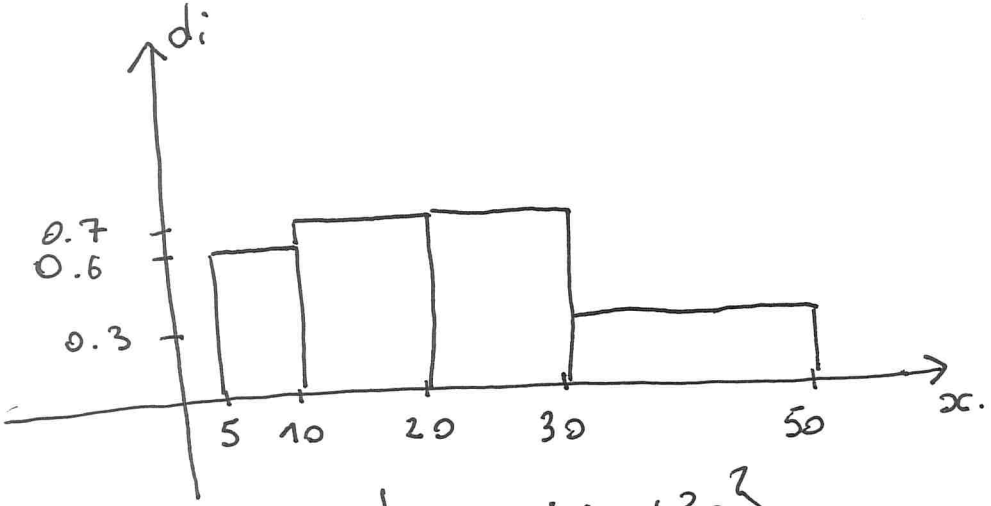
$\Rightarrow \text{Mediana}(X) = x_{(6)} = 7.$

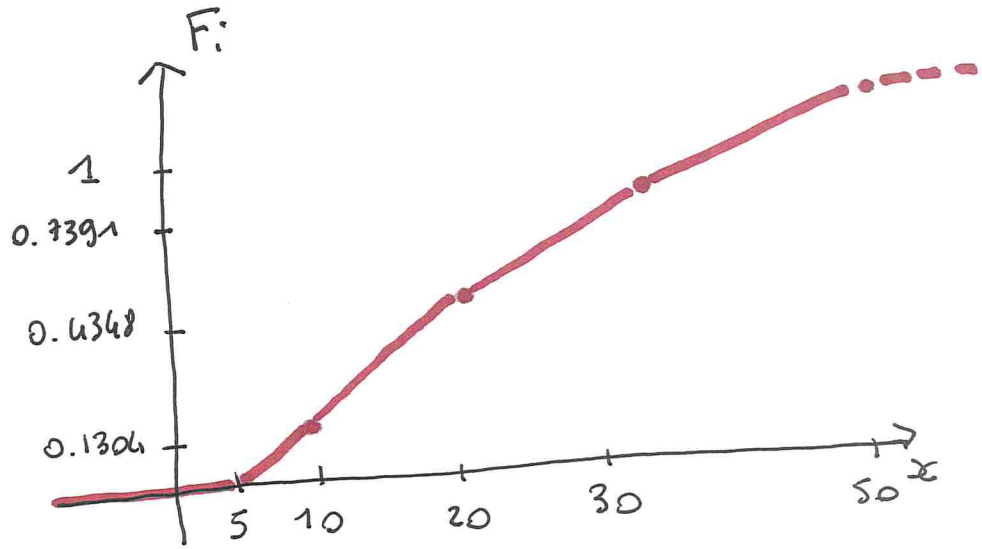
ESERCIZIO 3

1.

$h_{i-1} \dashv h_i$	x_i^c	n_i	a_i	$d_i = n_i / a_i$	f_i	F_i
5 ⊣ 10	7.5	3	5	3/5 = 0.6	3/23 = 0.1304	0.1304
10 ⊣ 20	15	7	10	7/10 = 0.7	7/23 = 0.3043	0.4348
20 ⊣ 30	25	7	10	7/10 = 0.7	7/23 = 0.3043	0.7391 ←
30 ⊣ 50	40	6	20	6/20 = 0.3	6/23 = 0.2609	1
		23			1	

ISTOGRAMMA:





RETTA SPEZZATA FREQ. CUMULATE.

CLASSE MODALE: $\{10 \dashv 20 ; 20 \dashv 30\}$

$Moda(X) = \{15 ; 25\}$ → DISTR. BIMODALE

2. INDIVIDUARE LA CLASSE MEDIANA : 20 — 30 (PRIMA CLASSE LA CUI $F_i \geq 0.5$)

FREQ. CUM. RELATIVA DELLA CLASSE PRECED. ALLA CLASSE MEDIANA

$$\text{Mediana} = \underbrace{h_{i-1}}_{\text{LIMITE INF. CLASSE MEDIANA}} + \frac{0.5 - \overbrace{F_{i-1}}}{\underbrace{f_i}} \cdot \underbrace{a_i}$$

FREQ. REL. E AMPIEZZA DELLA CLASSE MEDIANA

$$= 20 + \frac{0.5 - 0.4348}{0.3043} \cdot 10 = 22.1426$$

3. $$\underset{\text{MEDIA ARITMETICA } (\mu^{(1)})}{\mu} = \frac{1}{n} \sum_i x_i^c \cdot n_i = \sum_i x_i^c \cdot f_i = 7.5 \cdot 0.1304 + \dots + 40 \cdot 0.2609 = 23.5870$$

$$\underset{\text{MEDIA QUADRATICA}}{\mu^{(2)}} = \left(\frac{1}{n} \sum_i x_i^{c\,2} \cdot n_i\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\sum_i x_i^{c\,2} \cdot f_i\right)^{\frac{1}{2}} = \left(7.5^2 \cdot 0.1304 + \dots + 40^2 \cdot 0.2609\right)^{\frac{1}{2}} = 26.1426$$

$$\underset{\text{MEDIA ARMONICA}}{\mu^{(-1)}} = \left(\frac{1}{n} \sum_i x_i^{c\,-1} \cdot n_i\right)^{-1} = \left(\sum_i \frac{1}{x_i^c} \cdot f_i\right)^{-1} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{x_i^c} \cdot f_i} = \frac{1}{\frac{1}{7.5} \cdot 0.1304 + \dots + \frac{1}{40} \cdot 0.2609} = 17.7378$$

$$\mu^{(0)} = \prod_{i=1}^{k} x_i^{cf_i} = 7.5^{0.1304} \cdot \ldots \cdot 40^{0.2609} = 20.676$$

MEDIA GEOM

$$\mu^{(-1)} < \mu^{(0)} < \mu^{(1)} < \mu^{(2)}$$