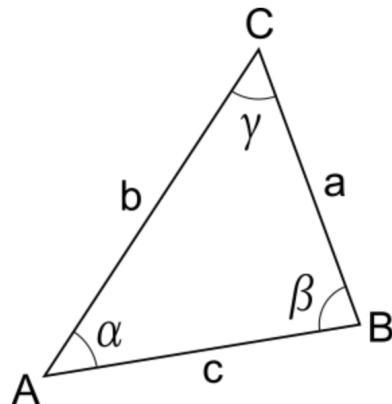


IL TRIANGOLO

Il triangolo è un poligono con 3 lati e 3 angoli interni che gode delle seguenti proprietà:

- è un poligono convesso con il minor numero di lati che si può costruire;
- la misura di ogni lato è sempre minore della somma delle misure degli altri due;
- è una figura geometrica indeformabile, nel senso che una volta assegnate le lunghezze dei lati, sono univocamente determinate anche le ampiezze degli angoli interni;
- la somma dei suoi angoli interni è uguale ad un angolo piatto, ossia a 180° (da ciò consegue che almeno due degli angoli interni di un triangolo sono angoli acuti).



PROPRIETÀ DEL TRIANGOLO

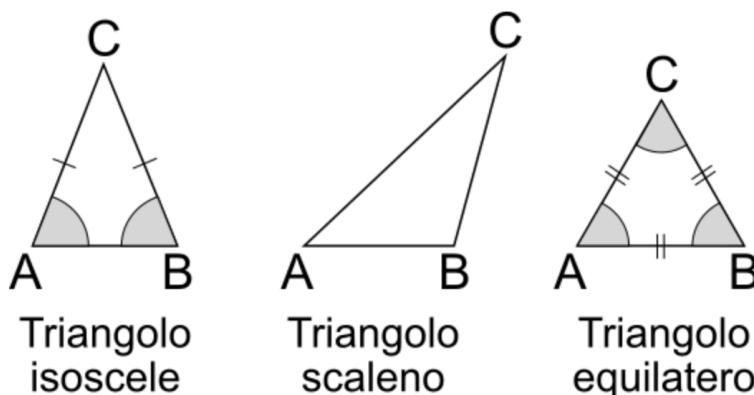
- il triangolo è un poligono convesso con il minor numero di lati che si può costruire;
- la somma degli angoli interni di un triangolo qualsiasi è uguale ad un angolo piatto, ossia di un'ampiezza di 180° ;
- la somma degli angoli esterni di un triangolo qualsiasi è un angolo giro, ossia di un'ampiezza di 360° ;
- dato un triangolo qualsiasi esiste sempre una ed una sola circonferenza circoscritta;
- dato un triangolo qualsiasi esiste sempre una ed una sola circonferenza inscritta;
- diseguaglianza triangolare: la misura di ciascun lato è sempre minore della somma delle misure degli altri due.

TIPI DI TRIANGOLO IN BASE AI LATI

Al variare della misura dei lati, i triangoli si classificano in:

- triangolo scaleno: tutti i lati hanno lunghezze differenti o, equivalentemente, i tre angoli interni hanno ampiezze diverse;
- triangolo isoscele: almeno due lati di lunghezza uguale o, allo stesso modo, almeno due degli angoli interni hanno la stessa ampiezza;
- triangolo equilatero: tutti i lati hanno la stessa lunghezza o, equivalentemente, i tre angoli interni hanno la stessa ampiezza.

Dalle definizioni di triangolo isoscele e di triangolo equilatero segue che il triangolo equilatero è un caso particolare di triangolo isoscele.

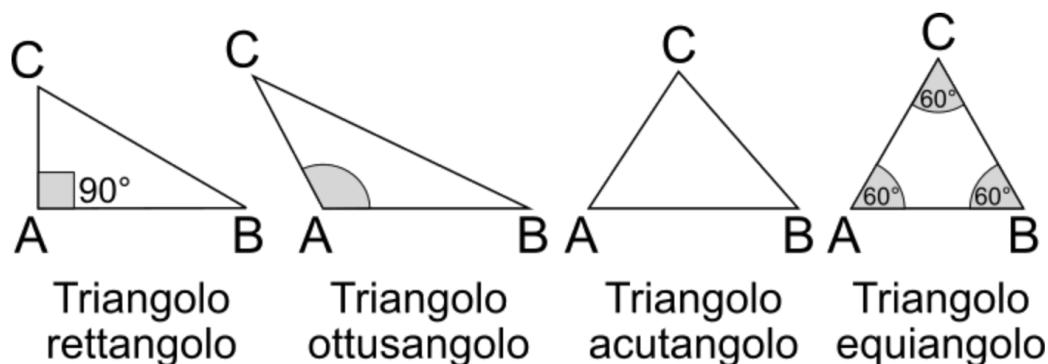


TIPI DI TRIANGOLO IN BASE AGLI ANGOLI

I triangoli si possono classificare anche sulla base della dimensione del loro angolo interno più ampio. Si distinguono:

- triangolo rettangolo, in cui uno degli angoli interni è retto, ossia ha un'ampiezza di 90° ;
- triangolo ottusangolo, che ha un angolo interno ottuso, ossia maggiore di 90° ;
- triangolo acutangolo, dove tutti gli angoli interni sono acuti, ossia minori di 90° ;
- triangolo equiangolo, un caso particolare di triangolo acutangolo in cui gli angoli interni sono congruenti, cioè ognuno è 60° .

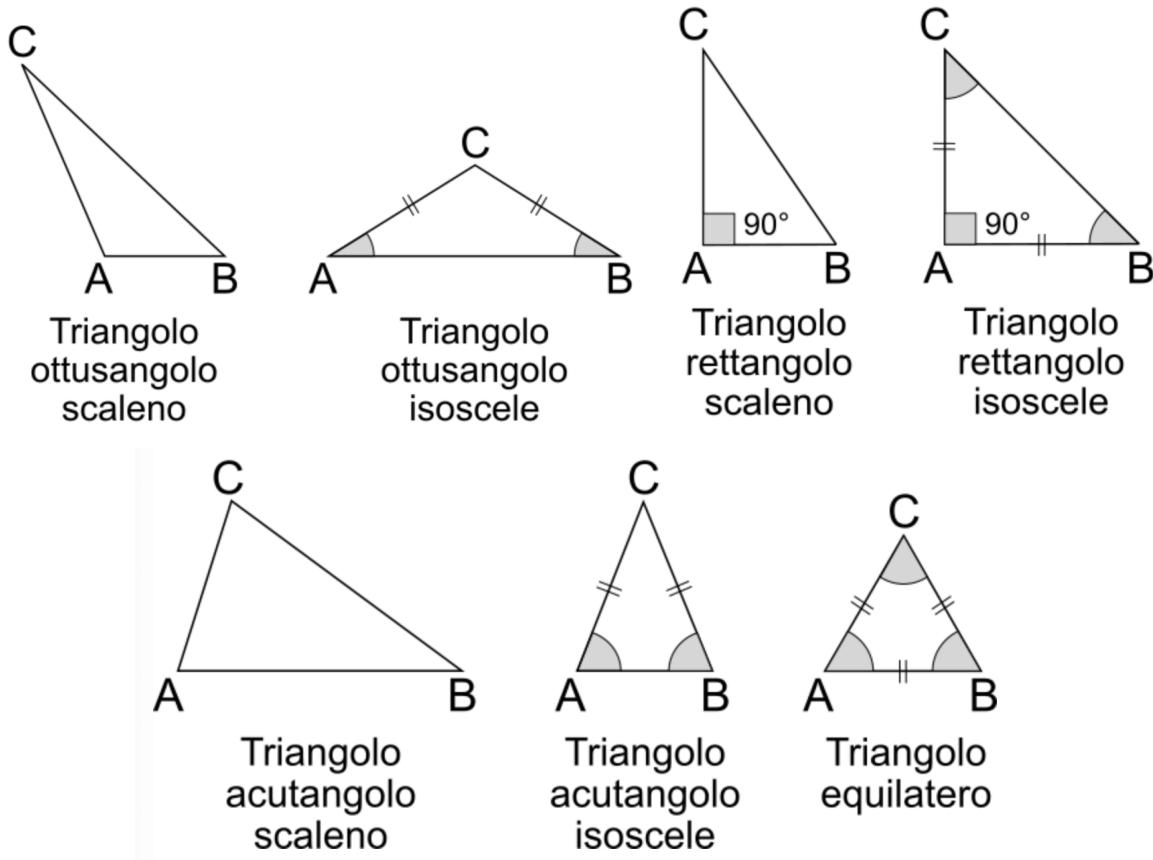
Dalle definizioni di triangolo equilatero e di triangolo equiangolo segue che un triangolo è equiangolo se e solo se è equilatero.



TIPI DI TRIANGOLO IN BASE AI LATI ED AGLI ANGOLI

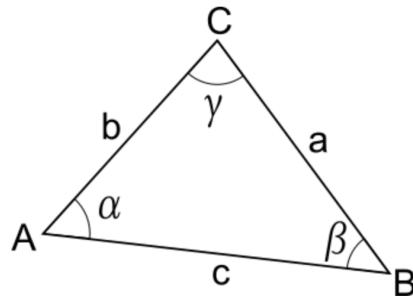
La classificazione dei triangoli può avvenire sia in base ai lati che in base agli angoli. In particolare, si distinguono i seguenti tipi di triangoli:

- triangolo ottusangolo scaleno, che ha un angolo interno ottuso e i tre lati disuguali;
- triangolo ottusangolo isoscele, con un angolo interno ottuso e due lati congruenti;
- triangolo rettangolo scaleno, che ha un angolo retto e i lati disuguali;
- triangolo rettangolo isoscele, dove un angolo è retto e i due lati (i cateti) sono congruenti;
- triangolo acutangolo scaleno, che ha i lati non congruenti ed i cui angoli interni sono acuti;
- triangolo acutangolo isoscele, con almeno due lati congruenti e gli angoli interni acuti;
- triangolo equilatero, un caso particolare di triangolo acutangolo isoscele con tre lati congruenti e triangoli della stessa ampiezza.



TRIANGOLO SCALENO

Un triangolo scaleno è un triangolo avente tutti e tre i lati di diversa lunghezza; in modo equivalente un triangolo scaleno è un triangolo avente tre angoli di diversa ampiezza.

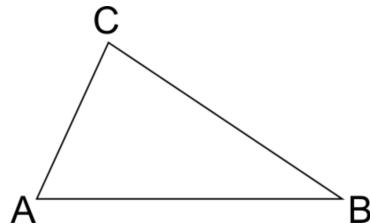


Per definizione, il triangolo scaleno è un triangolo con i lati di lunghezze diverse. È un tipo di triangolo che viene classificato in base ai lati e non agli angoli, anche se la proprietà che lo caratterizza implica che i triangoli debbano avere ampiezze diverse.

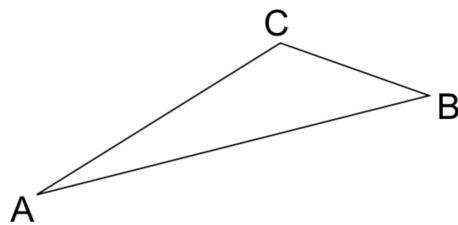
CLASSIFICAZIONI DI TRIANGOLO SCALENO

Esistono tre tipi di triangolo scaleno che si differenziano a seconda del tipo di angoli interni. Premesso che la caratteristica comune riguarda sempre i lati, che devono avere misure diverse tra loro, possiamo distinguere:

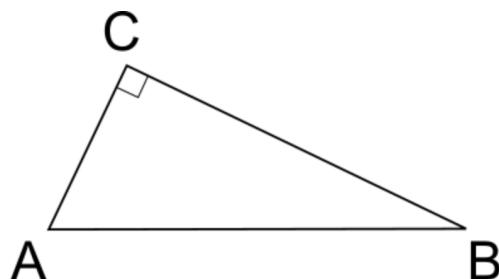
- triangolo scaleno acutangolo: è un triangolo con tre lati di lunghezze diverse e con i tre angoli interni acuti (ampiezza minore di 90°). Un triangolo scaleno acutangolo è quindi un particolare tipo di triangolo acutangolo;



- triangolo scaleno ottusangolo: è un triangolo con tre lati di lunghezza diversa e con un angolo interno ottuso (maggiore di 90°): Un triangolo scaleno ottusangolo è un particolare tipo di triangolo ottusangolo;



- triangolo scaleno rettangolo: è un triangolo con tre lati di lunghezza diversa e con un angolo retto (90°). Un triangolo scaleno rettangolo è un particolare tipo di triangolo rettangolo.



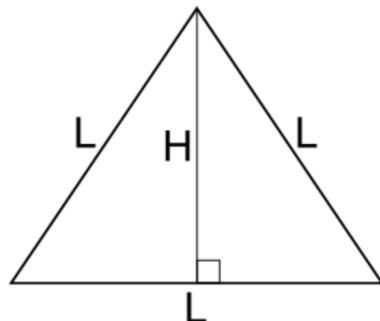
PROPRIETÀ DEL TRIANGOLO SCALENO

Le seguenti proprietà del triangolo scaleno valgono per qualsiasi tipo di triangolo.

- il triangolo scaleno è un poligono convesso;
- la somma degli angoli interni di un triangolo scaleno è pari ad un angolo piatto, cioè di ampiezza 180° ;
- la somma degli angoli esterni di un triangolo scaleno è pari ad un angolo giro, cioè di ampiezza 360° ;
- in un triangolo scaleno all'angolo interno maggiore si oppone il lato maggiore e, viceversa, al lato minore si oppone l'angolo minore;
- disuguaglianza triangolare: la misura di ciascun lato è minore della somma delle misure degli altri due lati.

TRIANGOLO EQUILATERO

In un triangolo equilatero è un triangolo con tre lati congruenti o, equivalentemente, con tre angoli uguali, ciascuno con ampiezza di 60° . detto anche triangolo equiangolo, è il poligono regolare con il minor numero di lati che si possa costruire.



Per definizione un triangolo equilatero è un triangolo con tre lati congruenti. In modo equivalente, è un triangolo con tre angoli di uguale ampiezza (60°), motivo per cui viene anche detto triangolo equiangolo.

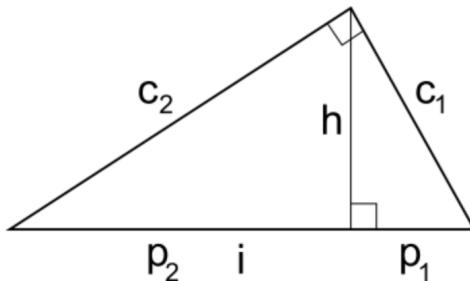
In altri termini, un triangolo equilatero è anche equiangolo, e viceversa, quindi rientra sia nella classificazione dei triangoli secondo i lati che in quella secondo gli angoli.

PROPRIETÀ DEL TRIANGOLO EQUILATERO

- un triangolo equilatero è un poligono regolare;
- un triangolo equilatero ha tre lati congruenti e tre angoli di uguale ampiezza (60°);
- il triangolo equilatero è il poligono regolare con il minor numero di lati che si possa costruire;
- è un particolare tipo di triangolo acutangolo;
- è un particolare tipo di triangolo isoscele.

TRIANGOLO RETTANGOLO

Un triangolo rettangolo è un triangolo in cui uno degli angoli interni è un angolo retto 90° . I due lati perpendicolari di un triangolo rettangolo vengono detti cateti, mentre il lato opposto all'angolo retto è detto ipotenusa.



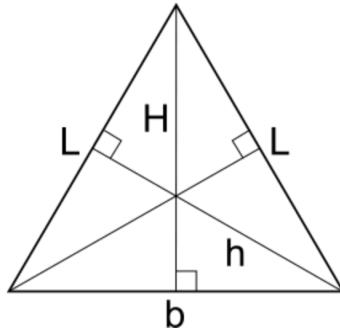
Un triangolo è rettangolo se ha un angolo retto, o in alternativa se ha due lati perpendicolari tra loro. i triangoli rettangoli si riferiscono quindi ad una classificazione dei triangoli in base agli angoli.

PROPRIETÀ DEL TRIANGOLO RETTANGOLO

- ha un angolo interno pari a 90° , dunque due lati perpendicolari tra loro;
- il lato opposto all'angolo retto si chiama ipotenusa, gli altri due si chiamano cateti;
- gli angoli interni diversi dall'angolo retto sono angoli acuti, e in particolare sono angoli complementari;
- un triangolo rettangolo è sempre inscrivibile in una semicirconferenza;
- un triangolo rettangolo è metà di un determinato rettangolo;
- ciascun cateto è l'altezza relativa all'altro cateto.

TRIANGOLO ISOSCELE

Un triangolo isoscele è un triangolo avente due lati congruenti, o equivalentemente due angoli congruenti. i due lati con uguale misura vengono detti lati obliqui, il terzo lato è detto base e, infine, si dice altezza del triangolo isoscele l'altezza relativa alla base.



Per definizione un triangolo isoscele è un triangolo con due lati congruenti. In alternativa, ed equivalentemente, possiamo affermare che un triangolo isoscele è un triangolo con due angoli di uguale ampiezza.

PROPRIETÀ DEL TRIANGOLO ISOSCELE

- i lati obliqui sono congruenti;
- gli angoli alla base sono congruenti;
- un triangolo isoscele è simmetrico rispetto all'altezza relativa alla base;
- le altezze relative ai lati obliqui sono congruenti;
- l'altezza relativa alla base divide un triangolo isoscele in due triangoli rettangoli congruenti;
- un triangolo equilatero è anche isoscele, ma un triangolo isoscele non è necessariamente equilatero;
- un ulteriore caso particolare è dato dal triangolo rettangolo isoscele, che è un triangolo sia isoscele che rettangolo: dovendo avere due angoli uguali e un angolo retto, i due angoli acuti misurano necessariamente 45° ;
- un triangolo isoscele può essere acutangolo, rettangolo oppure ottusangolo.

FORMULARIO

TRIANGOLO QUALSIASI (SCALENO)

Perimetro del triangolo scaleno

$$2p = a + b + c$$

Lati (dal perimetro)

$$a = 2p - b - c$$

$$b = 2p - a - c$$

$$c = 2p - a - b$$

Area del triangolo scaleno (con lato e altezza)

$$S = \frac{a \times h_A}{2} ; \quad S = \frac{b \times h_B}{2} ; \quad S = \frac{c \times h_C}{2}$$

Lati (dall'area)

$$a = \frac{2 \times S}{h_A} ; \quad b = \frac{2 \times S}{h_B} ; \quad c = \frac{2 \times S}{h_C}$$

Altezze del triangolo scaleno (dall'area)

$$h_A = \frac{2 \times S}{a} ; \quad h_B = \frac{2 \times S}{b} ; \quad h_C = \frac{2 \times S}{c}$$

TRIANGOLO EQUILATERO

Perimetro del triangolo equilatero	$2p = 3L$
Lato (dal perimetro)	$L = \frac{2p}{3}$
Altezza del triangolo equilatero (con il teorema di Pitagora)	$H = \frac{L\sqrt{3}}{2}$
Lato (dall'altezza)	$L = \frac{2H}{\sqrt{3}}$
Perimetro (con l'altezza)	$2p = 2H\sqrt{3}$
Altezza (dal perimetro)	$H = \frac{2p}{2\sqrt{3}}$
Area del triangolo equilatero	$S = \frac{H \times L}{2}$
Area (solo con il lato)	$S = \frac{\sqrt{3}}{4}L^2$
Area (solo con l'altezza)	$S = \frac{H^2}{\sqrt{3}}$

TRIANGOLO RETTANGOLO

Perimetro del triangolo rettangolo	$2p = i + c_1 + c_2$
Ipotenusas	$i = 2p - c_1 - c_2$
Cateto minore	$c_1 = 2p - i - c_2$
Cateto maggiore	$c_2 = 2p - i - c_1$
Area del triangolo rettangolo (semiprodotto dei cateti)	$S = \frac{c_1 \times c_2}{2}$
Cateto minore (dall'area)	$c_1 = \frac{2S}{c_2}$
Cateto maggiore (dall'area)	$c_2 = \frac{2S}{c_1}$
Area del triangolo rettangolo (ipotenusa e altezza)	$S = \frac{i \times h}{2}$
Ipotenusas (dall'area)	$i = \frac{2S}{h}$
Altezza (dall'area)	$h = \frac{2S}{i}$
Altezza (dalle due formule per l'area)	$h = \frac{c_1 \times c_2}{i}$
Teorema di Pitagora	$i^2 = c_1^2 + c_2^2$
Ipotenusas (con il teorema di Pitagora)	$i = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$
Cateto minore (con il teorema di Pitagora)	$c_1 = \sqrt{i^2 - c_2^2}$
Cateto maggiore (con il teorema di Pitagora)	$c_2 = \sqrt{i^2 - c_1^2}$

TRIANGOLO RETTANGOLO ISOSCELE ($45^\circ - 45^\circ$)

Ipotenusas	$i = c\sqrt{2}$
Cateto	$c = \frac{i}{\sqrt{2}}$

TRIANGOLO RETTANGOLO SCALENO ($30^\circ - 60^\circ$)

Cateto minore (dal cateto maggiore)	$c_1 = \frac{c_2}{\sqrt{3}}$
Cateto maggiore (dal cateto minore)	$c_2 = c_1\sqrt{3}$
Ipotenusa (dal cateto minore)	$i = 2c_1$
Ipotenusa (dal cateto maggiore)	$i = \frac{2}{\sqrt{3}}c_2$
Cateto minore (dall'ipotenusa)	$c_1 = \frac{i}{2}$
Cateto maggiore (dall'ipotenusa)	$c_2 = \frac{i\sqrt{3}}{2}$

TRIANGOLO ISOSCELE

Perimetro del triangolo isoscele	$2p = 2L + b$
Lato obliquo (dal perimetro)	$L = \frac{2p - b}{2}$
Base (dal perimetro)	$b = 2p - 2L$
Area del triangolo isoscele	$S = \frac{b \times H}{2}$
Altezza relativa alla base	$H = \frac{2S}{b}$
Base (dall'area)	$b = \frac{2S}{H}$
Area del triangolo isoscele	$S = \frac{L \times h}{2}$
Altezza relativa al lato obliquo	$h = \frac{2S}{L}$
Lato obliquo (dall'area)	$L = \frac{2S}{h}$
Lato obliquo (con il teorema di Pitagora)	$L = \sqrt{H^2 + \frac{b^2}{4}}$
Altezza relativa alla base	$H = \sqrt{L^2 - \frac{b^2}{4}}$
Base	$b = 2\sqrt{L^2 - H^2}$