

Campo Elettrico e Legge di
Coulomb
Guida per studenti alle prime armi (e non
solo)

By Kamil Laurent

Indice

0.1	I Campi e le Cariche	3
0.2	Interazione tra Due Particelle Cariche .	6
0.2.1	Legge di Coulomb	10
0.2.2	Campo Elettrico Generato da una Carica Puntiforme	11
0.2.3	Linee di Campo Elettrico	13

0.1 I Campi e le Cariche

In elettromagnetismo, lavoriamo con delle entità chiamate **campi**. Capire i campi è fondamentale per comprendere l'elettromagnetismo, e tra poco ne scoprirai il motivo. I campi si dividono in due categorie principali:

1. **Campi Vettoriali:** associano a ogni punto dello spazio 3D un vettore che rappresenta una certa grandezza vettoriale in quel punto (figura 1). Il **campo elettrico** e il **campo magnetico** sono esempi di campi vettoriali.
2. **Campi Scalari:** associano a ogni punto dello spazio 3D un numero, che rappresenta il valore di

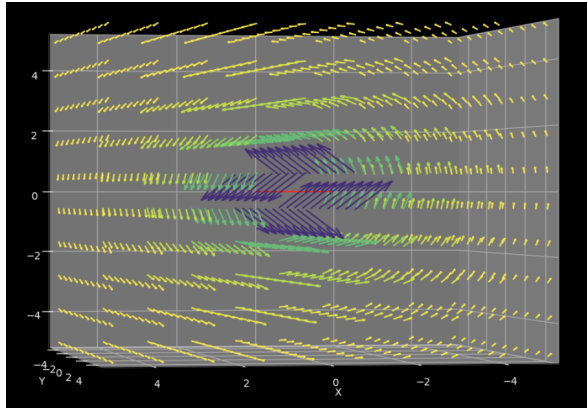


Figura 1: Campo magnetico generato da un filo percorso da corrente. Il campo associa a ogni punto dello spazio l'intensità, la direzione e il verso del campo magnetico in quel punto.

una certa grandezza in quel punto. Il **potenziale gravitazionale** e il **potenziale elettrico** sono esempi di campi scalari.

Tutto si riduce a comprendere come le cariche si comportano in presenza dei campi. Abbiamo due elementi strettamente connessi tra loro: le **cariche** e i **campi**. La connessione è la seguente:

- Le cariche generano i campi.
- Le cariche subiscono delle forze quando sono immerse nei campi (questo significa che le cariche e i campi interagiscono).

Mettendo insieme queste due proprietà, otteniamo l'assunto fondamentale, il punto di partenza dell'elet-

tromagnetismo:

le cariche interagiscono tra di loro tramite il campo elettromagnetico.

Il campo elettromagnetico è un'entità unica, ma nella nostra trattazione lo divideremo in campo elettrico e campo magnetico. Ora sappiamo che le particelle cariche (come elettroni e protoni, ma anche distribuzioni di carica più estese) interagiscono con i campi, ma non sappiamo ancora *come* interagiscono. L'obiettivo di questo manuale è formulare le leggi che ci spiegano esattamente come le cariche generano i campi e come si comportano in presenza di campi.

Il modo in cui queste leggi sono state scoperte non ha niente di mistico, non sono state calate dal cielo come i dieci comandamenti (o come vengono presentate in troppe università). Semplificando, i fisici hanno semplicemente osservato come si comportavano le cariche immerse nei campi, quali forze subivano e come si muovevano, cercando di capire i principi che governavano il loro comportamento. Questo processo ha richiesto molto lavoro e si è concluso con le bellissime **Equazioni di Maxwell**, un insieme di quattro equazioni differenziali che descrivono tutti i fenomeni legati all'elettromagnetismo, ma ne parleremo più avanti.

Il modo migliore per comprendere le equazioni dell'elettromagnetismo è fare un po' di *fenomenologia*. Fenomenologia significa osservare e studiare i fenomeni, capire cosa succede in determinate situazioni. La

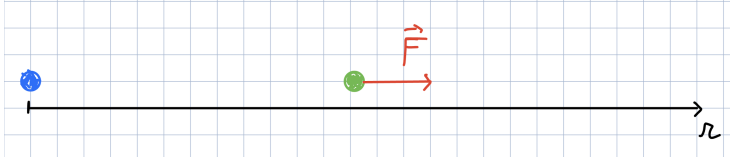


Figura 2: Le due particelle cariche con lo stesso segno sentono una forza repulsiva. Qui è rappresentata solo la forza che agisce sulla particella di carica Q_2 .

prima situazione che vediamo è la più semplice di tutte: cosa accade se mettiamo due particelle cariche una accanto all'altra?

0.2 Interazione tra Due Particelle Cariche

Immagina questa situazione: prendiamo una particella con carica Q_1 e la teniamo ferma in un punto. Come fare a tenerla ferma? Be', immaginati un modo, è il tuo esperimento mentale! Ora posizioniamo una nuova particella con carica Q_2 a una distanza r dalla prima. Se le due cariche hanno lo stesso segno (ovvero sono entrambe negative o entrambe positive), si respingeranno. Entrambe sentiranno una forza F che le spinge in due direzioni opposte. Concentriamoci sulla seconda carica: in qualche modo possiamo misurare questa forza F .

Nell'ottica di osservare cosa succede sotto certe condizioni (la famosa fenomenologia), proviamo ad avvicinare le due cariche, misuriamo di nuovo la forza che

0.2. INTERAZIONE TRA DUE PARTICELLE CARICHE

agisce sulla carica Q_2 , e otterremo un valore più grande. Ora ripetiamo l'esperimento allontanando la carica Q_2 a intervalli regolari e misurando ogni volta la forza che agisce su di essa, come in figura ??.

Osserviamo subito che, tracciando un grafico della forza in funzione della distanza r tra le cariche (figura 4), la forza diminuisce di 4 volte ogni volta che raddoppiamo la distanza, e quadruplica ogni volta che dimezziamo la distanza. Questo, in termini matematici, significa che la forza è una funzione inversa del quadrato della distanza:

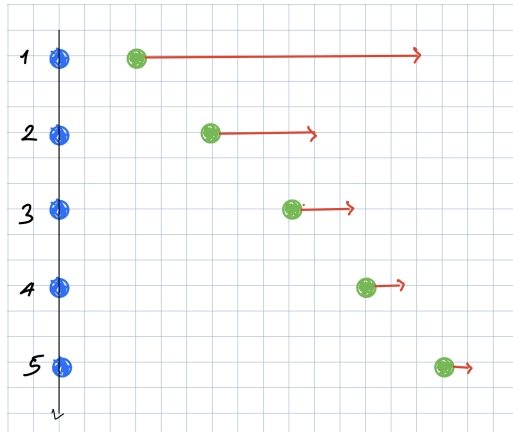
$$F \propto \frac{1}{r^2} . \quad (1)$$

Possiamo fare lo stesso esperimento mantenendo la distanza tra le due cariche costante e aumentando o diminuendo il valore delle cariche. Scopriamo che se raddoppiamo la carica Q_2 , anche la forza raddoppia, ovvero la forza è proporzionale al prodotto delle cariche.

$$F \propto Q_1 Q_2 . \quad (2)$$

In sintesi, semplicemente misurando la forza che agisce tra le due cariche in diverse condizioni, abbiamo scoperto che:

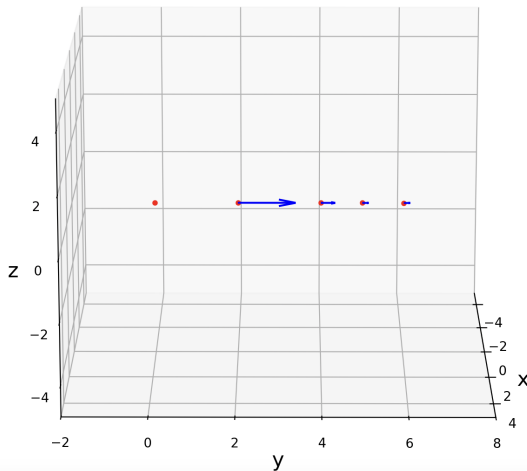
1. La forza è proporzionale al prodotto delle cariche.
2. La forza è inversamente proporzionale al quadrato della distanza.



(a)

Forza elettrostatica su Q_2 a diverse distanza da Q_1

- carica Q_1
- carica Q_2
- forza che agisce su Q_2



(b)

Figura 3: La forza che agisce sulla particella Q_2 diminuisce man mano che la allontaniamo da Q_1 .

0.2. INTERAZIONE TRA DUE PARTICELLE CARICHE

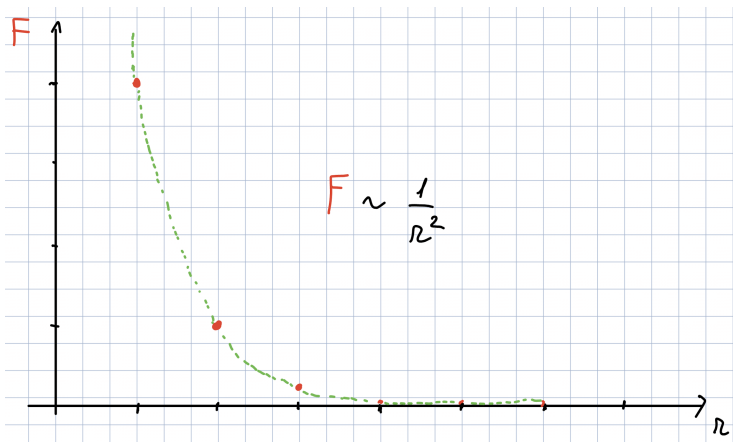


Figura 4: La forza che agisce tra le due cariche diminuisce di un fattore 4 ogni volta che raddoppiamo la distanza.

Mettendo insieme queste due osservazioni, otteniamo che:

$$F \propto \frac{Q_1 Q_2}{r^2}, \quad (3)$$

dove, se misuriamo la carica in Coulomb (C) e la distanza in metri (m), dobbiamo moltiplicare tutto per una costante che fa tornare le unità di misura di una forza. Questa costante si chiama costante di Coulomb, k , ed è l'ultimo ingrediente della nostra formula. Questa costante vale:

$$k = 8.987 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}, \quad (4)$$

dove m sono i metri, N i Newton e C sta per "Coulomb", che è l'unità di misura della carica elettrica.

Dalle nostre osservazioni risulta che la forza che agisce tra due cariche elettriche Q_1 e Q_2 posizionate a una distanza r è:

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} . \quad (5)$$

Questa equazione è nota come **Legge di Coulomb**. La costante di Coulomb k viene spesso espressa in funzione di un'altra costante, ϵ_0 , detta costante di permittività del vuoto:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} . \quad (6)$$

0.2.1 Legge di Coulomb

Abbiamo dunque definito la legge di Coulomb, che esprime la forza elettrostatica tra due cariche puntiformi Q_1 e Q_2 :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (7)$$

L'equazione (7) ci fornisce soltanto l'intensità della forza (ovvero quanto è grande), ma non ci dice la direzione e il verso. La direzione della forza di Coulomb è sempre lungo la linea che congiunge le due particelle cariche. Il verso dipende dal segno delle cariche: se hanno lo stesso segno, si respingono; se hanno segno opposto, si attraggono. L'informazione completa sulla forza di Coulomb, inclusi direzione e verso del vettore forza \vec{F} , può essere scritta usando il versore \hat{r} , che è

un vettore unitario che parte dalla carica su cui vogliamo calcolare la forza e punta verso l'altra carica. La formula completa diventa quindi:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{r} \quad (8)$$

Infine, notiamo che sostituendo le masse alle cariche ($Q_1 Q_2 \rightarrow m_1 m_2$) e la costante gravitazionale al posto della costante di Coulomb ($k \rightarrow G$), otteniamo la legge di gravitazione universale di Newton:

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} . \quad (9)$$

Le due equazioni hanno la stessa identica struttura: si può quindi pensare che due cariche si attraggano grazie al campo elettrico nello stesso modo in cui due masse si attraggono tramite il campo gravitazionale.

0.2.2 Campo Elettrico Generato da una Carica Puntiforme

A questo punto possiamo chiederci: **come fanno le due particelle puntiformi a interagire a distanza?** La risposta non è per niente banale: quello che si fa in elettromagnetismo è definire una certa entità fisica, che è presente nello spazio in cui sono immerse le particelle, e chiamare questa entità fisica **campo elettrico**. Il campo elettrico viene **generato dalle due particelle**, e le particelle interagiscono con questo campo. Quando la particella Q_2 entra nel campo elettrico generato da Q_1 , essa viene sottoposta a una

forza, ovvero la forza di Coulomb descritta nell'equazione (8).

Per spiegare il campo elettrico, supponiamo di togliere la carica Q_2 e di lasciare solo la carica Q_1 . Il campo elettrico generato da Q_1 esiste indipendentemente dalla presenza di Q_2 . Poiché abbiamo già scoperto quale forza agisce se posizioniamo la carica Q_2 a una certa distanza r da Q_1 (equazione (8)), possiamo semplicemente definire il campo elettrico generato da Q_1 in ogni punto dello spazio come **la forza che agirebbe su una carica Q_2 in quel punto dello spazio, per unità di carica,**

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{r^2} \hat{r} \quad (10)$$

dove "per unità" di carica vuol dire che divido per Q_2 , in questo modo il campo elettrico dipende solo dalla carica che lo genera, Q_1 .

Il campo \vec{E} in un punto qualsiasi dello spazio, è uguale alla forza che subirebbe una carica positiva Q_2 messa in quel punto dello spazio, divisa per la carica Q_2 :

$$\vec{E}(r) = \frac{\vec{F}(r)}{Q_2} . \quad (11)$$

Le differenze tra la forza tra due cariche e il campo elettrico sono molto semplici:

- il campo \vec{E} esiste indipendentemente dalla carica Q_2 , quindi non dipende da Q_2

- la forza \vec{F} è rappresentata da un singolo vettore che mi dice intensità direzione e verso forza che agisce sulla particella Q_2 , quindi esiste solo nel punto dello spazio in cui è posizionata Q_2 ; il campo \vec{E} esiste in tutto lo spazio, in ogni punto è proporzionale a quella forza che subirebbe una carica positiva messa in quel punto.

Come si può vedere dalla figura 5, il campo elettrico è un campo vettoriale composto da un vettore in ogni punto dello spazio. Nella figura sono rappresentati solo i vettori in un insieme finito di punti per poterli distinguere fra loro.

0.2.3 Linee di Campo Elettrico

Adesso possiamo chiederci: **come visualizziamo il campo elettrico generato da una carica puntiforme, senza disegnare un vettore in ogni punto?** Per rappresentare in modo intuitivo il comportamento del campo elettrico nello spazio, si utilizzano le **linee di campo elettrico**. Le linee di campo ci forniscono una rappresentazione grafica di come il campo è distribuito attorno a una carica e di quale direzione e intensità ha in ogni punto dello spazio.

Le linee di campo vengono tracciate in modo tale che:

- La **direzione** del campo elettrico in un punto è tangente alla linea di campo in quel punto (figura 6).

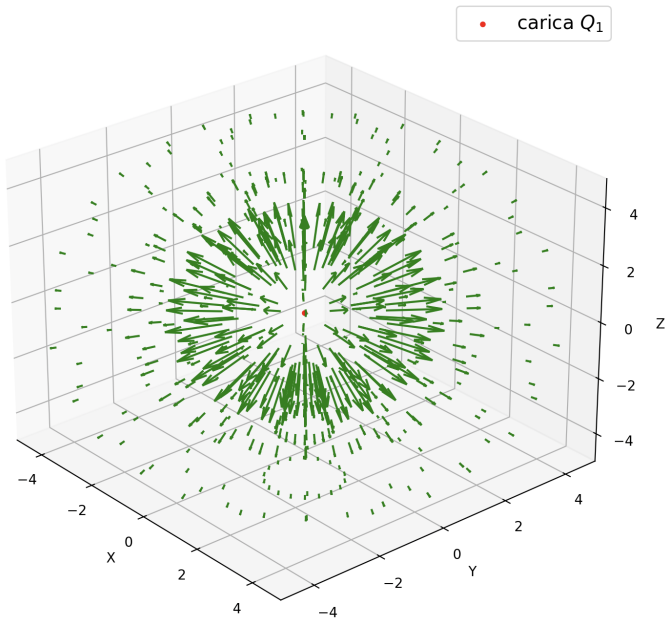


Figura 5: Campo elettrico generato da una carica puntiforme. Più ci allontaniamo dalla particella rossa, più il campo diventa piccolo, senza mai andare a 0.

- Il **numero di linee** di campo che attraversano una certa area è proporzionale alla forza del campo elettrico in quella regione. Questo significa che le linee sono più fitte vicino alla carica, dove il campo è più intenso, e più distanziate allontanandosi dalla carica, dove il campo è più debole. In altre parole, se prendo un cubetto di spazio, il numero di linee che attraversano il cubo mi dà

0.2. INTERAZIONE TRA DUE PARTICELLE CARICHE¹⁵

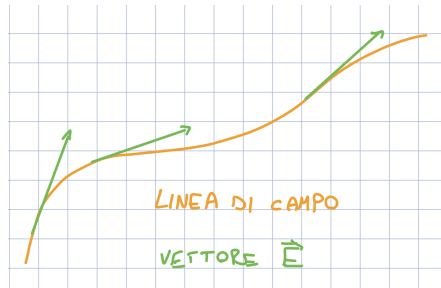
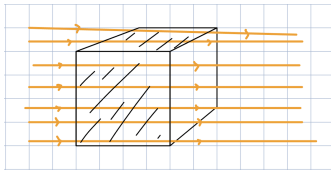
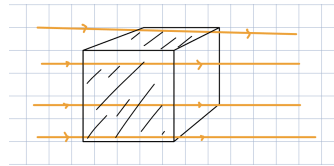


Figura 6: Il vettore che rappresenta il campo elettrico in un punto è sempre tangente alle linee di campo in quel punto.

un'idea dell'intensità del campo in quel volume (figura 7).



(a) Campo elettrico intenso



(b) Campo elettrico debole

Figura 7: Dove le linee di campo sono più fitte il campo elettrico è più intenso.

Un'altra caratteristica fondamentale delle linee di campo è che esse **non si intersecano mai**. Questo perché in ogni punto dello spazio il campo elettrico ha una direzione unica, e se le linee si incrociassero, indicherebbero direzioni diverse per lo stesso campo in un singolo punto, cosa impossibile.

Supponiamo ora di osservare le linee di campo elettrico generate da una singola carica positiva Q_1 . Come mostrato nella figura 8, le linee di campo **escono radialmente** dalla carica e si estendono all'infinito. Se invece Q_1 fosse negativa, le linee di campo **convergerebbero** (ovvero andrebbero verso) la carica. La direzione della linea di campo in un punto è data dalla direzione della forza che agisce su una carica positiva posta in quel punto: poiché una carica positiva si allontanerebbe da un'altra carica positiva e andrebbe verso una carica negativa, le linee di campo "escono" dalle cariche positive e "entrano" nelle cariche negative.

Le linee di campo elettrico sono particolarmente utili perché ci permettono di visualizzare la distribuzione del campo nello spazio, anche in situazioni complesse come nel caso di più cariche distribuite. Come si può vedere nella figura 8, le linee di campo ci mostrano come la carica Q_1 genera un campo che agisce su eventuali cariche poste nei dintorni, senza dover tracciare ogni singolo vettore di campo.

Infine, è importante sottolineare che le linee di campo sono una rappresentazione grafica e non una "realtà fisica". Esse servono a indicare visivamente l'andamento del campo, ma il campo elettrico esiste in ogni punto dello spazio, anche nei punti dove non vengono disegnate linee di campo.

0.2. INTERAZIONE TRA DUE PARTICELLE CARICHE17

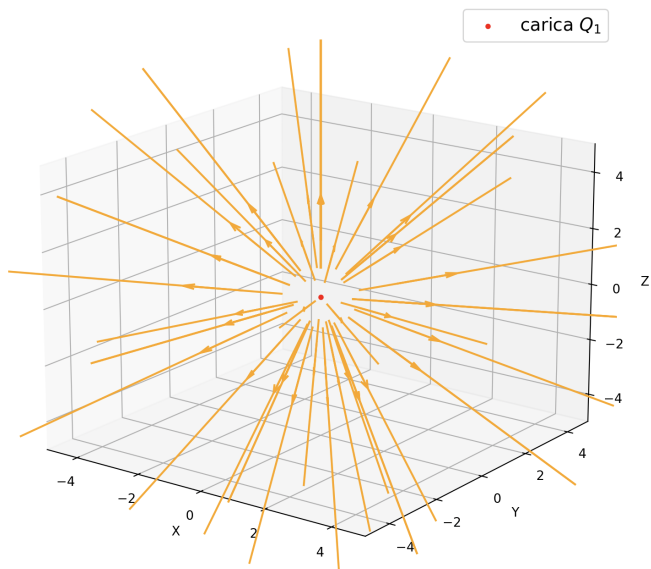


Figura 8: Le linee di campo generate da una carica puntiforme positiva Q_1 . Le linee escono radialmente dalla carica e indicano la direzione del campo in ogni punto.