Statistica

Esercitazione V

20 Ottobre 2022

Esercizio 1 Si riporta l'evoluzione temporale del prezzo X di un prodotto tra il 2018 e il 2021:

t	X_t
2018	800
2019	950
2020	900
2021	1000

1. Si fornisca una opportuna rappresentazione grafica della serie dei dati.
2. Si costruisca la serie dei numeri indici a base fissa (2018) e a base mobile.
3. Si calcoli il tasso medio di variazione annuo dei prezzi tra il 2018 e il 2021, commentando il risultato ottenuto.

Esercizio 2 Si consideri la seguente serie dei numeri indici a base fissa ($t = 1$) riguardante l'andamento della variabile Z:

t	1	2	3	4
$NIBF$	1.0	1.1	0.9	1.2

1. Si costruisca la serie dei numeri indici a base mobile, interpretando l'ultimo valore della serie.
2. Si costruisca la serie dei numeri indici con base fissa $t = 3$.
3. Si calcoli il valore Z_4 sapendo che $Z_2 = 30$.

Esercizio 3 Si consideri la seguente serie dei numeri indici a base mobile relativa ai costi di un'azienda tra il 2018 e il 2022:

t	2018	2019	2020	2021	2022
$NIBM$	-	1.20	0.55	0.85	1.05

1. Si costruisca la serie dei numeri indici a base fissa con base 2018.
2. Si calcoli l'indice a base fissa ${}_{2020}I_{2022}$ e si commenti il risultato ottenuto.
3. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2020 e il 2022 e lo si confronti con l'indice calcolato al punto precedente.

Esercizio 4 Della serie storica X_t delle vendite di un'azienda tra il 2016 e il 2020 abbiamo le seguenti informazioni sui numeri indici espressi in percentuale:

t	$NIBM$	$NIBF$
2016		100
2017	113	
2018		116
2019	106	
2020		131

1. Si completi la tabella e, sapendo che $X_{2020} = 650$, si calcoli X_{2016}.
2. Si calcoli il tasso medio di variazione tra il 2017 e il 2020, commentando il risultato ottenuto.

Esercizio 5 Si riporta l'evoluzione temporale dei prezzi e delle quantità scambiate di 2 prodotti, A e B, tra l'anno 0 e l'anno 2.

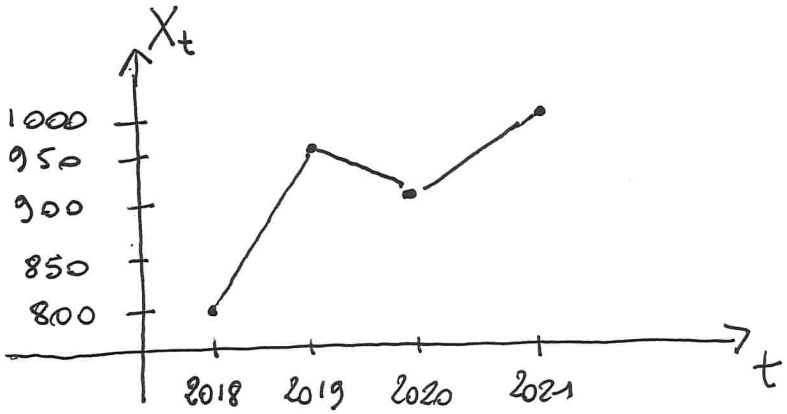
t	p_t^A	q_t^A	p_t^B	q_t^B
0	330	10	80	10
1	345	q_1^A	80	q_1^B
2	390	10	85	10

1. Si calcolino gli indici dei prezzi di Laspeyres, Paasche e Fisher al tempo 2 con base 0.
2. Supponendo che l'indice dei prezzi di Fisher al tempo 1 con base 0 sia risultato pari a 1.033 ed inferiore all'indice di Laspeyres, si indichi l'intervallo dei possibili valori assunti dall'indice di Paasche.

ESERCIZIO 1

1.

t	X_t	NIBF	NIBM
2018	800	1	-
2019	950	1.1875	1.1875
2020	900	1.125	0.9474
2021	1000	1.25	1.1111



2. NIBF: $${}_{b}I_{t} = \frac{x_t}{x_b}$$

$${}_{18}I_{18} = \frac{800}{800} = 1$$

$${}_{18}I_{19} = \frac{950}{800} = 1.1875$$

$${}_{18}I_{20} = \frac{900}{800} = 1.125$$

$${}_{18}I_{21} = \frac{1000}{800} = 1.25$$

NIBM: $${}_{t-1}I_{t} = \frac{x_t}{x_{t-1}}$$

$${}_{17}I_{18} = \frac{x_{18}}{x_{17}} = \frac{800}{?}$$ → NON POSSO CALCOLARLO

$${}_{18}I_{19} = \frac{x_{19}}{x_{18}} = \frac{950}{800} = 1.1875$$

$${}_{19}I_{20} = \frac{900}{950} = 0.9474$$

$${}_{20}I_{21} = \frac{1000}{900} = 1.1111$$

3. $$_{18}TMV_{21} = \sqrt[3]{_{18}I_{21}} - 1 = \sqrt[3]{1.25} - 1$$

$$= 1.0772 - 1 = 0.0772 = 7{,}72\%$$

O, EQUIVALENT.,

$$_{18}TMV_{21} = \sqrt[3]{_{18}I_{19} \cdot {_{19}I_{20}} \cdot {_{20}I_{21}}} - 1 = \sqrt[3]{1.1875 \cdot 0.9474 \cdot 1.1111} - 1 = 0.0772$$

IL PREZZO DEL BENE È AUMENTATO MEDIAMENTE DEL 7,72% OGNI ANNO.

ESERCIZIO 2

t	NIBF	NIBM
1	1	-
2	1.1	1.1
3	0.9	0.8182
4	1.2	1.3333

1. $_0I_1 = \frac{x_1}{x_0} = \frac{x_1}{?}$ → NON POSSO CALCOLARLO

$$_1I_2 = \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_2/x_1}{x_1/x_1} = \frac{_1I_2}{1} = 1.1$$

$$_2I_3 = \frac{x_3}{x_2} = \frac{x_3/x_1}{x_2/x_1} = \frac{_1I_3}{_1I_2} = \frac{0.9}{1.1} = 0.8182$$

$$_3I_4 = \frac{x_4}{x_3} = \frac{x_4/x_1}{x_3/x_1} = \frac{_1I_4}{_1I_3} = \frac{1.2}{0.9} = 1.3333$$

$_3TV_4 = {}_3I_4 - 1 = 0.3333 = 33,33\%$, CIOÈ LA VARIABILE OGGETTO DI STUDIO TRA IL TEMPO 3 E IL TEMPO 4 È AUMENTATA DEL 33.33%

2. $${}_3I_1 = \frac{x_1}{x_3} = \frac{x_1/x_1}{x_3/x_1} = \frac{1}{{}_1I_3} = \frac{1}{0.9} = 1.1111$$

$${}_3I_2 = \frac{x_2}{x_3} = \frac{x_2/x_1}{x_3/x_1} = \frac{{}_1I_2}{{}_1I_3} = \frac{1.1}{0.9} = 1.2222$$

$${}_3I_3 = \frac{x_3}{x_3} = 1$$

$${}_3I_4 = \frac{x_4}{x_3} = 1.3333$$ (GIÀ CALCOLATO NEL NIBM)

3. $$Z_2 = 30 \Rightarrow Z_4 = 30 \cdot {}_2I_3 \cdot {}_3I_4 = 30 \cdot 0.8182 \cdot 1.3333 = 32.7273$$

$$\Rightarrow Z_1 = 30 \cdot {}_2I_1 = 30 \cdot \frac{x_1/x_1}{x_2/x_1} = 30 \cdot \frac{1}{{}_1I_2} = 30 \cdot \frac{1}{1.1}$$

ESERCIZIO 3

t	NIBM	NIBF
2018	–	1
2019	1.20	1.20
2020	0.55	0.66
2021	0.85	0.561
2022	1.05	0.5891

1. ${}_{18}I_{18} = 1$

${}_{18}I_{19} = 1.20$

$$ {}_{18}I_{20} = \frac{x_{20}}{x_{18}} = \frac{x_{20}/x_{19}}{x_{18}/x_{19}} = {}_{19}I_{20} \cdot \overbrace{\frac{x_{19}}{x_{18}}}^{{}_{18}I_{19}} = 0.55 \cdot 1.20 = 0.66 $$

$$ {}_{18}I_{21} = \frac{x_{21}}{x_{18}} = \frac{x_{21}/x_{20}}{x_{18}/x_{20}} = {}_{20}I_{21} \cdot \frac{x_{20}}{x_{18}} = {}_{20}I_{21} \cdot {}_{18}I_{20} = 0.85 \cdot 0.66 = 0.561 $$

$$ {}_{18}I_{22} = \frac{x_{22}}{x_{18}} = \frac{x_{22}/x_{21}}{x_{18}/x_{21}} = {}_{21}I_{22} \cdot \frac{x_{21}}{x_{18}} = {}_{21}I_{22} \cdot {}_{18}I_{21} = 1.05 \cdot 0.561 = 0.5891 $$

2. $$ {}_{20}I_{22} = \frac{x_{22}}{x_{20}} \begin{cases} = \dfrac{x_{22}/x_{18}}{x_{20}/x_{18}} = \dfrac{{}_{18}I_{22}}{{}_{18}I_{20}} = \dfrac{0.5891}{0.66} = 0.8925 \\[2ex] = \dfrac{x_{22}/x_{21}}{x_{20}/x_{21}} = {}_{21}I_{22} \cdot {}_{20}I_{21} = 1.05 \cdot 0.85 = 0.8925 \end{cases} $$

$${}_{20}TV_{22} = {}_{20}I_{22} - 1 = 0.8925 - 1 = -0.1075 \Rightarrow$$ TRA IL '20 E IL '22 I COSTI DELL'AZIENDA SONO DIMINUITI DEL 10.75 %.

3. $$ {}_{20}TMV_{22} = \sqrt[2]{{}_{20}I_{22}} - 1 = \sqrt[2]{0.8925} - 1 = -0.05528 $$

TRA IL '20 E IL '22 I COSTI DELL'AZIENDA SONO DIMINUITI IN MEDIA OGNI ANNO DEL 5,528 %.

ESERCIZIO 4

t	NIBM	NIBF
2016.	—	1
2017	1.13	1.13
2018	1.02655	1.16
2019	1.06	1.2296
2020	1.0654	1.31

1. ${}_{16}I_{17} = 1.13$

$${}_{17}I_{18} = \frac{x_{18}}{x_{17}} = \frac{x_{18}/x_{16}}{x_{17}/x_{16}} = \frac{{}_{16}I_{18}}{{}_{16}I_{17}} = \frac{1.16}{1.13} = 1.02655$$

$${}_{16}I_{19} \begin{cases} = 1.16 \cdot 1.06 = 1.2296 \\ = \dfrac{x_{19}}{x_{16}} = \dfrac{x_{19}/x_{18}}{x_{16}/x_{18}} = {}_{18}I_{19} \cdot \dfrac{x_{18}}{x_{16}} = 1.06 \cdot 1.16 = 1.2296 \end{cases}$$

${}_{16}I_{18}$

$$ {}_{19}I_{20} = \frac{x_{20}}{x_{19}} = \frac{x_{20}/x_{16}}{x_{19}/x_{16}} = \frac{{}_{16}I_{20}}{{}_{16}I_{19}} = \frac{1.31}{1.2296} = 1.0654 $$

$$ X_{20} = 650 \Rightarrow X_{16} = ? $$

$$ X_{20} = X_{16} \cdot \underbrace{{}_{16}I_{20}}_{= \frac{X_{20}}{X_{16}}} \Rightarrow X_{16} = \frac{X_{20}}{{}_{16}I_{20}} = \frac{650}{1.31} = 496.1832 $$

2. $$ {}_{17}TMV_{20} = \sqrt[3]{{}_{17}I_{20}} - 1 = \sqrt[3]{{}_{17}I_{18} \cdot {}_{18}I_{19} \cdot {}_{19}I_{20}} - 1 $$

$$ = \sqrt[3]{1.02655 \cdot 1.06 \cdot 1.0654} - 1 = 0.0505 $$

TRA IL 2017 E IL 2020 LA VARIABILE È AUMENTATA IN MEDIA OGNI ANNO DEL 5.05%.

ESERCIZIO 5

1. $$ {}_0I^L_2 = \frac{\sum_{k=A}^{B} p_2^k \cdot q_{\boxed{0}}^k}{\sum_{k=A}^{B} p_0^k \cdot q_{\boxed{0}}^k} = \frac{390 \cdot 10 + 85 \cdot 10}{330 \cdot 10 + 80 \cdot 10} = \frac{10(390+85)}{10(330+80)} = 1.1585 $$

$$ {}_0I^P_2 = \frac{\sum_{k=A}^{B} p_2^k \cdot q_{\boxed{2}}^k}{\sum_{k=A}^{B} p_0^k \cdot q_{\boxed{2}}^k} = \frac{10(390+85)}{10(330+80)} = 1.1585 $$

$$ {}_0I^F_2 = \sqrt{{}_0I^L_2 \cdot {}_0I^P_2} = 1.1585 $$

2. $${}_0I_1^F = 1.033 < {}_0I_1^L$$

$${}_0I_1^P = ?$$

- POICHÉ ${}_0I_1^F$ É LA MEDIA GEOM. TRA ${}_0I_1^L$ E ${}_0I_1^P$ $\Rightarrow$ PER LA PROPRIETÀ DI CAUCHY: ${}_0I_1^P < {}_0I_1^F < {}_0I_1^L$

- $${}_0I_1^P = \frac{\sum_{k=A}^{B} p_1^k q_1^k}{\sum_{k=A}^{B} p_0^k q_1^k} = \frac{\sum_{k=A}^{B} p_1^k q_1^k}{\sum_{k=A}^{B} \frac{1}{{}_0I_1^k} p_1^k q_1^k}$$

MEDIA ARMONICA PESATA DEI NUMERI INDICI ${}_0I_1^A$ E ${}_0I_1^B$; QUINDI VALE LA PROPR. DI CAUCHY:

$${}_0I_1^A = \frac{345}{330} = 1.045$$

$${}_0I_1^B = \frac{80}{80} = 1$$

$$1 < {}_0I_1^P < 1.045$$

$$1 < {}_0I_1^P < 1.033$$