Disequazioni e relativi grafici	
Definizione	Una disequazione, in matematica, è una relazione di disuguaglianza tra due espressioni che contengono delle incognite. In altri termini, dette f e g due funzioni reali definite in un insieme è un'espressione che assume una delle quattro forme: $f(x)>g(x)$; $f(x)<g(x)$; $f(x)\leq g(x)$; $f(x)\geq g(x)$ Risolvere una disequazione significa esplicitare l'insieme di valori x che rendono la disuguaglianza soddisfatta. Quindi la domanda importante che ci si deve porre è: **"per quali valori di x è soddisfatta la disuguaglianza?"**

Date le due funzioni:
y1=f1(x)=3x^2-2
y2=f2(x)=x+3

Esempio 1	Esempio 2	Esempio 3
y1<y2	y1/y2>0	y2/y1<0
x+3<3x^2-2	(3(x^2-2)/(x+3))>0	((x+3)/3(x^2-2))<0

Metodo 1: analitico

-3x^2+x+5<0

3x^2-x-5>0

3x^2-x-5=0

Formula fondamentale di risoluzione equazioni di secondo grado (ricordiamo quanto detto per le parabole) --> x1,2= (- b ± √(b^2-4ac))/2a

a=3	x1= (- (-1) - √(1 - 4 (3*(-5))))/(4*3)	-1,14
b=-1	x2= (- (-1) + √(1 - 4 (3*(-5))))/(4*3)	1,47
c=-5		

Trovati gli 0 della mia funzione allora posso scrivere che 3x^2-x-5= (x-1,47)*(x+1,14)=0

Allora ho che (x-1,47)*(x+1,14)>0 --> (x+1,14>0 e (x-1,47)>0

Poniamo x>-1,14 e x>1,47

Allora costruiamo uno schema come a seguire

	-1,14	0	1,47	
-	|	+	|	+
-	|	-	|	+
+		-		+

Allora in definitiva possiamo confermare che l'equazione 3x^2-x-5 è maggiore di 0 quando x<-1,14 U x>1,47 mentre è minore di 0 quando -1,14<x<1,47
Ciò vuol dire che la retta sarà maggiore della parabola nell'intervallo -1,14<x<1,47 mentre minore negli intervalli x<-1,14 U x>1,47

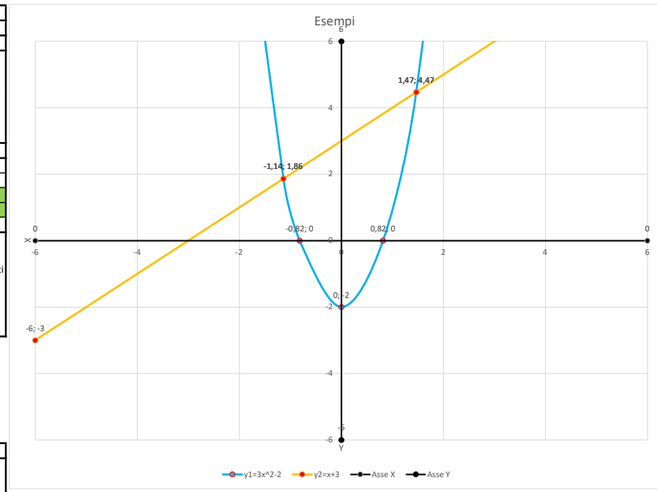
Metodo 2: grafico

y1=3x^2-2			y2=x+3		
Parabola			Retta		
a=	3	Concavità verso l'alto, vertice su asse y, scostamento pari a -2	m=	1	Inclinazione positiva (da terzo a primo quadrante), scostamento pari a 3
b=	0		q=	3	
c=	-2				

Grafici

	y	x		y	x
1	106	-6	1	-3	-6
2	46	-4	2	1,86	-1,14
3	25	-3	3	4,47	1,47
4	1,86	-1,14	4	9	6
5	0	-0,82			
V	-2	0			
6	0	0,82			
7	4,47	1,47			
8	25	3			
9	46	4			
10	106	6			

In particolare abbiamo trovato i punti di intersezione tra la retta e la prabola



Esempio 2
y1/y2>0
(3(x^2)-2)/(x+3))>0

Metodo 1: analitico

Innanzi tutto bisogna dire che il rapporto non può esistere se il denominatore è uguale a zero, quindi dobbiamo imporre x+3≠0, ovvero x≠-3, in questo caso la retta x=-3 è definito asintoto della funzione f(x) = y1/y2
La seconda considerazione da fare è pensare che un rapporto sarà positivo nelle seguenti condizioni:
1) numeratore e denominatore sono entrambi positivi
2) numeratore e denominatore sono entrambi negativi

Allora poniamo sia il numeratore che il denominatore separatamente maggiori di 0

3x^2-2>0	x+3>0
3x^2-2=0	x+3=0
x^2=2/3	x=-3
x=±√(2/3)	x>-3

x1	-0,82	x2	0,82

(x+0,82)*(x-0,82)=0

(x+0,82)*(x-0,82)>0

Il numeratore sarà pertanto positivo quando
x<-0,82 U x>0,82
mentre negativo quando
-0,82<x<0,82

Il denominatore sarà positivo quando
x>-3
mentre negativo quando
x<-3

-3		-0,82		0,82
-	+		+	+
+	+		-	+
-	+		-	+

Allora avremo che il nostro rapporto sarà negativo per
x<-3 U -0,82<x<0,82
Mentre positivo per
-3<x<-0,82 U x>0,82

Metodo 2: grafico

Prima abbiamo trovato gli 0 della nostra funzione f(x)= (3(x^2-2)/(x+3)) e inoltre sappiamo dove la funzione ha valori positivi e negativi, si precisa il fatto che il campo di esistenza di f(x) pone la condizione che x sia diverso da -3 (quindi x=-3 è asintoto della funzione)

Asintoto verticale		Campo di esistenza
y	x	x≠-3
-6	-3	
6	-3	

Asintoto obliquo

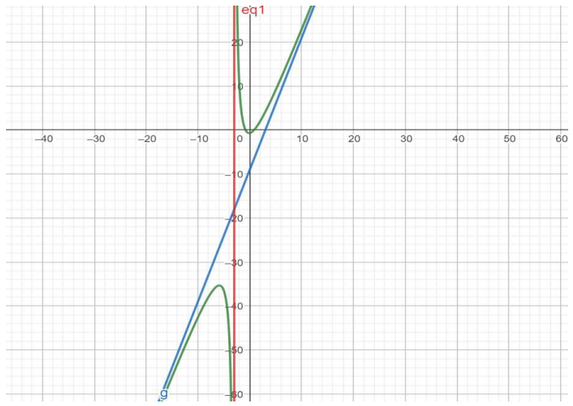
y = 3x-9

Calcolo punti asintoto

x	y	Coefficiente angolare pari a 3
-6	-27	
6	9	

y	x
-35,3	-6
-36,5	-5
-46,0	-4
-69,5	-3,5
10,0	-2
0,5	-1
0,0	-0,82
0,0	0,82
-0,7	0
2,0	2
6,6	4
11,8	6

Quanto fatto in questa sezione, inconsapevolmente è lo studio del segno di una funzione e in particolare di una equazione fratta



Esempio 3
y2/y1<0
(x+3)/(3(x^2)-2)<0

Metodo 1: analitico

Innanzi tutto bisogna dire che il rapporto non può esistere se il denominatore è uguale a zero, quindi dobbiamo imporre 3x^2-2≠0, ovvero x≠±√(2/3), in questo caso le rette x=-√(2/3) e x=√(2/3) sono definiti asintoti della funzione f(x) = y2/y1
Chiediamoci quando un rapporto è negativo:
1) quando il numeratore è positivo e il denominatore è negativo
2) quando il numeratore è negativo e il denominatore è positivo

Allora poniamo sia il numeratore che il denominatore separatamente maggiori di 0

x+3>0	3x^2-2>0
x+3=0	3x^2-2=0
x=-3	x^2=2/3
x>-3	x=±√(2/3)

x1	-0,82	x2	0,82

(x+0,82)*(x-0,82)=0

(x+0,82)*(x-0,82)>0

Il numeratore sarà positivo quando
x>-3
mentre negativo quando
x<-3

Il denominatore sarà pertanto positivo quando
x<-0,82 U x>0,82
mentre negativo quando
-0,82<x<0,82

-3		-0,82		0,82
-	+		-	+

Allora avremo che il nostro rapporto sarà negativo per
x<-3 U -0,82<x<0,82
Mentre postivo per
-3<x<-0,82 U x>0,82

Metodo 2: grafico

Prima abbiamo trovato gli 0 della nostra funzione f(x)= (x+3)/(3(x^2)-2) e inoltre sappiamo dove la funzione ha valori positivi e negativi, si precisa il fatto che il campo di esistenza di f(x) pone la condizione che x sia diverso da ±√(2/3) (quindi x=±√(2/3) sono asintoti della funzione), si precisa inotre che x=-3 è lo 0 della nostra funzione (intersezione della funzione con l'asse delle ascisse

Asintoti verticali		Campo di esistenza
y	x	x≠±√(2/3)
-6	-0,82	
6	-0,82	
-6	0,82	
6	0,82	

Asintoto orizzontale

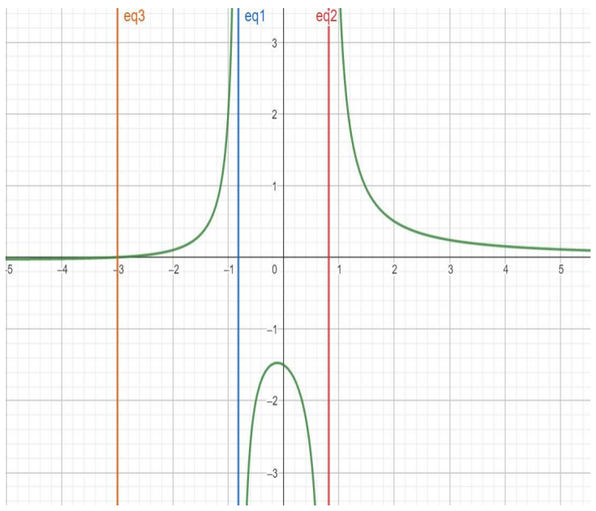
y=0

Calcolo punti asintoto

x	y	Coefficiente angolare pari a 0 e termine noto pari a 0
-6	0	
6	0	

y	x
-0,028302	-6
-0,027397	-5
-0,021739	-4
0,000000	-3
0,100000	-2
2,000000	-1
-1,500000	0
4,000000	1
0,500000	2
0,240000	3
0,152174	4
0,109589	5
0,084906	6

Quanto fatto in questa sezione, inconsapevolmente è lo studio del segno di una funzione e in particolare di una equazione fratta



Date le quattro funzioni di seguito elencate	
y1=	x-6
y2=	(x^2)-x+3
y3=	-2(x^2)+5
y4=	-4x+1

Risolvere le seguenti disequazioni con metodo analitico e grafico	
1) (y1/y2)>0	2) (y1/y4)<0
3) (y3/y2)>0	4) (y2/y4)>0
5) (y2-y1)<0	6) (y3+y2)>0