Soluzioni Equazioni di 2 grado

Le equazioni di 2 grado sono tutte quelle in cui troviamo un'incognita con esponente 2 che non si semplifica nel corso dell'equazione stessa.
Essendo di 2 grado tali equazioni hanno 2 soluzioni.
Innanzitutto svolgiamo tutti i calcoli e portiamo tutti i fattori a destra dell'uguale, in modo da arrivare alla forma base.

Forma base : $ax^2 + bx + c = 0$
Dove a e b sono rispettivamente il coefficiente (numero e segno) di x^2 e x, mentre c è il termine noto.

Ora analizziamo le soluzioni al variare di a, b e c.

- **Incomplete:** partiamo dalle incomplete, ovvero le equazioni in cui manca uno tra a, b e c, cioè è =0.

1) $a = 0$, monomia

Si riduce ad un'equazione di 1 grado, quindi avrà una sola soluzione, che sappiamo già calcolare.

$bx + c = 0$
$bx = - c$
$x = c/b$

Es. $2x + 2 = 0$
$2x = - 2$
$x = - 1$

2) $b = 0$, pura

Abbiamo solo x^2 quindi portiamo il termine noto dall'altra parte dell'uguale e risolviamo applicando la radice quadrata ad entrambi i membri.
N.B: Non esiste la radice quadrata di un numero negativo, quindi $x^2 = -16$ sarà impossibile, mentre la radice quadrata di un numero positivo ha sempre due soluzioni (quella positiva e quella negativa) $\sqrt{4} = \pm\ 2$ infatti $2^2 = (-2)^2 = 4$. Quindi si aggiunge un $\pm$ davanti al risultato. Avremo due risultati opposti.

$ax^2 + c = 0$
$ax^2 = - c$ (N.B: - c deve essere una quantità positiva)
$x^2 = -\frac{c}{a}$
$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$

Es. $x^2 - 4 = 0$
$x^2 = 4$
$x = \pm 2$

3) $c = 0$, spuria

Non avendo il termine noto possiamo raccogliere l'incognita e risolvere scomponendo. Applichiamo poi la legge di annullamento del prodotto, che dice che in un prodotto il risultato è uguale a zero se almeno uno dei fattori è uguale a zero, per cui prendiamo singolarmente ogni fattore della moltiplicazione e lo poniamo uguale a zero, ottenendo i due risultati, di cui uno sarà sempre uguale a zero.

$ax^2 + bx = 0$

$x(ax + b) = 0$ raccolgo x

$x = 0$ soluzione 1

$ax + b = 0$

$x = -\frac{b}{a}$ soluzione 2

Es. $3x^2 + 6x = 0$

$x(3x + 6) = 0$

$x = 0$

$3x + 6 = 0$

$x = -2$

- **Trinomio speciale:** prima di vedere le equazioni complete, c'è uno stratagemma per risolvere le equazioni di secondo grado unitarie, ovvero quelle con a = 1. Il trinomio speciale si basa sulla scomposizione e sulla legge di annullamento del prodotto che abbiamo visto prima.

!) a = 1, trinomio speciale, forma base $x^2 + sx + p$

Per scomporre il trinomio speciale cerco due numeri il cui prodotto fa p e la cui somma è uguale a s. Per trovarli parto da p e cerco i suoi divisori, verifico poi che la loro somma sia s e soprattutto controllo i segni.

$x^2 + sx + p = 0$ cerco due numeri a e b

$x^2 + (a + b)x + ab = 0$

$(x + a)(x + b) = 0$ scompongo il trinomio speciale

$x + a = 0$

$x + b = 0$

$x = -a$ soluzione 1

$x = -b$ soluzione 2

Es. $x^2 - 7x + 12 = 0$

$x^2 + (-3 + -4)x + (-3)(-4) = 0$

$(x - 3)(x - 4) = 0$

$x - 3 = 0$

$x - 4 = 0$

$x = 3$

$x = 4$

- **Equazioni complete:** ovvero tutte le equazioni di secondo grado con a, b e c diversi da 0.

!) Innanzitutto calcoliamo il discriminante, ovvero il delta (Δ), e in base a questo capiamo se l'equazione ha due risultati diversi, due risultati coincidenti o nessun risultato in IR.

$\Delta = b^2 - 4ac$

casi:

$\Delta < 0$, impossibile, non esistono soluzioni in IR

$\Delta = 0$, due soluzioni reali coincidenti

$\Delta > 0$, due soluzioni reali distinte

!!) Una volta calcolato il discriminante passiamo alla formula risolutiva per trovare x1 e x2

$$x1, x2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

N.B: Esiste anche una formula ridotta, che si può applicare quando b è pari.

$\Delta = (b/2)^2 - ac$

$$x1, x2 = \frac{-(b/2) \pm \sqrt{\Delta}}{a}$$