

# 1 Conduzione

$\dot{Q} = \lambda \frac{A}{l} \Delta T$  Legge fondamentale della conduzione.

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Soluzione generale:  $T(x) = -\frac{\dot{q}}{2\lambda}x^2 + Bx + C$ .

## 1.1 Regime stazionario $T=T(x)$

- Conduzione in regime stazionario:  $q = \frac{\Delta T}{R_{TOT}}$

$$R_{TOT} = R_{cond} + R_{conv} = \frac{L}{\lambda A} + \frac{1}{h A}$$

$$R_{TOT} = R_{cond} + R_{conv} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda} + \frac{1}{2\pi r L h}$$

- Conduzione con generazione di energia:

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2\lambda} \left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right) + T(L) \text{ per pareti simmetriche o adiabatiche in } x=0.$$

$$T(r) = \frac{\dot{q}R^2}{6\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) + T(R) \text{ per sistemi radiali.}$$

- Trasferimento del calore da superfici aletteate:  $\frac{T(x)-T(\infty)}{T(0)-T(\infty)} = e^{-mx} \iff \bar{x} = -\frac{1}{m} \ln\left(\frac{T(\bar{x})-T(\infty)}{T(0)-T(\infty)}\right)$  con  $m = \sqrt{\frac{hp}{\lambda A}}$ .

Efficienza:  $\frac{\dot{Q}_{aletta}}{\dot{Q}_{aletta\ isoterma}}$  dove  $\dot{Q}_{aletta} = \sqrt{hp\lambda A}[T(0) - T(\infty)]$ .

Efficacia:  $\frac{\dot{Q}_{aletta}}{\dot{Q}_{base}} = \sqrt{\frac{\lambda p}{h A}}$  dove  $\dot{Q}_{base} = hA[T(0) - T(\infty)]$ .

## 1.2 Modello a parametri concentrati $T=T(t)$

$$\frac{T(t)-T(\infty)}{T(0)-T(\infty)} = e^{-\frac{t}{\tau}} \iff \bar{t} = -\tau \ln\left(\frac{T(\bar{t})-T(\infty)}{T(0)-T(\infty)}\right) \text{ con } \tau = \frac{mc}{hA} = \frac{\rho c_p L}{h} \text{ Costante di tempo termica.}$$

$Bi = \frac{hL}{\lambda}$  Numero di Biot, proprietà del solido.

NB: L'approssimazione del modello a parametri concentrati è accettabile se e solo se  $Bi < 0.1$ .

$L = l/2$	parete piana
$l$	parete con lato adiabatico
$r_0/2$	cilindro lungo
$r_0/3$	sfera
$V/A$	altri casi

## 1.3 Metodo a pareti spesse $T=T(x, t)$

$Fo = \frac{\alpha t}{L^2}$  Numero di Fourier, con  $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$  Diffusività termica.

$$\frac{T(x,t)-T(x,\infty)}{T(x,0)-T(x,\infty)} = A_1 e^{-\lambda_1^2 Fo} \cos(\lambda_1 \frac{x}{L}) \text{ Distribuzione di temperatura. } \frac{T(r,t)-T(r,\infty)}{T(r,0)-T(r,\infty)} = A_1 e^{-\lambda_1^2 Fo} \frac{\cos(\lambda_1 \frac{r}{R})}{\lambda_1 \frac{r}{R}}$$

Si ricava  $Fo = -\frac{1}{\lambda_1^2} [\ln \frac{T(x,t)-T(x,\infty)}{T(x,0)-T(x,\infty)} - \ln A_1 \cos(\lambda_1 \frac{x}{L})]$ , che è il tempo nel quale  $x$  arriva alla temperatura  $T(x, \bar{t})$ .

NB: La soluzione sopra proposta vale solo da un certo istante in poi, ovvero quando  $Fo > 0.2$ .

# 2 Convezione (forzata)

$\dot{Q} = hA\Delta T$  Legge fondamentale della convezione

$W, c_p, \rho$  velocità, calore specifico e densità del fluido

variabili:  $\mu$  viscosità del fluido

dinamica ( $\mu$ ) o cinematica ( $\nu = \mu/\rho$ )

$L$  lunghezza o diametro

in generale  $L = 4 \frac{A}{P}$

Gruppi adimensionali (proprietà del fluido)

$$Re = \rho \frac{WL}{\mu} = \frac{WL}{\nu}$$

Numero di Reynolds.

$$Nu = \frac{hL}{\lambda}$$

Numero di Nusselt.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

Numero di Prandtl.

# 3 Scambiatori di calore

## 3.1 Metodo LMTD

$\dot{m} = \rho WS$  Portata, con  $S$  sezione.

$\dot{Q} = \dot{Q}_c = \dot{Q}_f = \dot{m}C_p\Delta T = UA\Delta T_{ML}$  Bilancio energetico in condizioni stazionarie, con  $\Delta T_{ML} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)}$ .

$UA$  Viene detta Conduttanza, con  $\frac{1}{U} = \sum \frac{1}{h}$  e  $A$  area di superficie di scambio (ad esempio  $4lL$  o  $\pi DL$ ).

$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{MAX}}$  Efficienza, dove  $\dot{Q}_{MAX}$  è calcolato con il calore specifico più piccolo tra i due liquidi.

## 3.2 Metodo $\varepsilon$ -NTU

$$NTU = \frac{UA}{mc_{min}}$$

$\varepsilon = 1 - e^{-NTU}$  Efficienza.

## 4 Sistemi bifase

Proprietà termodinamiche in regione bifase:

- $v = v_{ls} + x(v_{vs} - v_{ls})$  Volume in funzione del titolo (vale anche per  $u$ ,  $h$  e  $s$ ).
- $h_2 = h_1 + c(T_2 - T_1) + v(p_2 - p_1)$  Modello di sostanza incomprimibile.

Energia interna e entalpia:

- $du = c_v dT \Rightarrow u(T_2) = u(T_1) + c_v(T_2 - T_1)$
- $dh = c_p dT \Rightarrow h(T_2) = h(T_1) + c_p(T_2 - T_1)$

## 5 Sistemi aperti

$$\dot{Q}_{in} + m_{in}(h + \frac{w^2}{2} + gz)_{in} = \frac{dE_{vc}}{dt} + \dot{L}_{out} + m_{out}(h + \frac{w^2}{2} + gz)_{out}$$

Bilancio energetico per il volume di controllo.  
 $\dot{m} = \frac{\dot{A}w}{v} = \rho A w$  Portata (con  $\rho = \frac{p}{RT}$  densità)

## 6 Entropia

$\Delta S = \frac{\dot{Q}}{T}$  Variazione di entropia.

$$Tds = du + pdv \Rightarrow \Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$Tds = dh - vdp \Rightarrow \Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

Variazione di entropia per un gas perfetto.

Trasformazioni politropiche:

$$\left[ \frac{p_2}{p_1} = (\frac{v_2}{v_1})^{-\gamma} \cdot \frac{T_2}{T_1} = (\frac{p_2}{p_1})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \cdot \frac{T_2}{T_1} = (\frac{v_2}{v_1})^{1-\gamma} \right] \text{ Relazioni p-v-T.}$$

$$- n = \frac{\ln(p_1/p_2)}{\ln(v_2/v_1)} \Rightarrow L = \frac{mR\Delta T}{1-n}$$

Lavoro.

## 7 Macchine cicliche

$$\text{Coefficiente di prestazione: } COP = \frac{Q_{in}}{L_{in}} = \frac{T_F}{T_C - T_F} \quad \text{Macchine frigorifere.}$$

$$COP = \frac{Q_{out}}{L_{in}} = \frac{T_C}{T_C - T_F} \quad \text{Pompe di calore.}$$

$$\text{Rendimento di I principio: } \eta_I = 1 - \frac{h_6 - h_1}{h_5 - h_2} \quad \text{Cicli a vapore.}$$

$$\eta_I = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad \text{Cicli a gas.}$$

$$\text{Rendimento di II principio: } \eta_{II} = \frac{\eta_I}{\eta_{carnot}}$$

### 7.1 Ciclo Rankine

	P	T	h	s	x
1	dato	dato	tabelle	(tabelle)	(0)
2	dato	$\approx T_1$	$h_2 = h_1 + v(p_2 - p_1)$	( $s_1$ )	( $< 0$ )
(3)	( $P_2$ )	(tabelle)	(tabelle)	(tabelle)	(0)
(4)	( $P_2$ )	(tabelle)	(tabelle)	(tabelle)	(1)
5	$P_2$	dato	tabelle	tabelle	( $> 1$ )
6	$P_1$	$T_1$	$h_6 = h_l + x_6(h_v - h_l)$	$s_5$	$x_6 = \frac{s_6 - s_1}{s_{vs} - s_1}$
VS	$P_1$	$T_1$	tabelle	tabelle	(1)

Tabelle acqua satura Tabelle vapore surriscaldato

$$\eta_P = \frac{\Delta h_{12id}}{\Delta h_{12re}} \cdot \eta_T = \frac{\Delta h_{56re}}{\Delta h_{56id}}$$

Rendimento della pompa e della turbina.

### 7.2 Ciclo Joule-Brayton

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} = \beta \quad \text{Rapporto di compressione.}$$

$$\eta_I = 1 - \beta^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \quad \text{Rendimento in caso di turbina e compressore isoentropico.}$$

$$\eta_C = \frac{\Delta T_{12id}}{\Delta T_{12re}} \cdot \eta_T = \frac{\Delta T_{34re}}{\Delta T_{34id}}$$

Rendimento del compressore e della turbina.

### 7.3 Ciclo Otto (ideale)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3} = \vartheta \quad \text{Rapporto di compressione volumetrico.}$$

$$\eta_I = 1 - \vartheta^{1-\gamma} \quad \text{Rendimento.}$$

## 8 Idraulica

$$\Delta p = \Delta p_{pc} + \Delta p_{pd} = \rho \frac{w^2}{2} (\sum k_i + f \frac{L}{D})$$

Perdite di carico concentrate e distribuite.

$$Re = \frac{WD}{\nu} \quad \text{Numero di Reynolds (acqua } \nu \approx 10^{-6}\text{).}$$

$$\dot{L} = \dot{m} \frac{\Delta p}{\rho} \quad \text{Potenza.}$$

$$\Delta z = \frac{\Delta p}{\rho g} \quad \text{Altezza.}$$