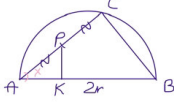


469. Sulla semicirconferenza di diametro  $AB = 2r$ , traccia la corda  $AC$ . Indica con  $P$  il suo punto medio e con  $K$  la proiezione ortogonale di  $P$  su  $AB$ . Determina  $\widehat{BAC}$  in modo che  $PK$  max



angolo  $\widehat{BAC} = x$

CASI LIMITE:

- se  $C \equiv A \Rightarrow \widehat{BAC} = \pi/2$
- se  $C \equiv B \Rightarrow \widehat{BAC} = 0$

$\Rightarrow 0 < x < \pi/2$  (DOMINIO)

N.B. si può anche notare che  $\widehat{BAC}$  è l'angolo acuto di un triangolo rettangolo  $\rightarrow 0 < x < \pi/2$

$\triangle BAC$  è rettangolo perché inscritto in una semicirc.

$\Rightarrow \widehat{CBA} \hat{=} \frac{\pi}{2} - x$

• Per il teor. della corda

$$AC = 2r \operatorname{sen} \widehat{CBA} = 2r \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2} - x) = 2r \operatorname{cos} x$$

$\Rightarrow AP = \frac{1}{2} \cdot 2r \operatorname{cos} x = r \operatorname{cos} x$

•  $PK = AP \cdot \operatorname{sen} x = r \operatorname{cos} x \operatorname{sen} x$

Studio  $y = r \operatorname{cos} x \operatorname{sen} x$  con  $0 < x < \pi/2$

• intersezioni con gli assi

asse x  $\rightarrow y = 0$

$$r \operatorname{cos} x \operatorname{sen} x = 0 \Leftrightarrow \operatorname{cos} x = 0 \vee \operatorname{sen} x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \vee x = 0$$

NON ACC.                      NON ACC.

asse y  $\rightarrow x = 0$  NON c'è perché  $x > 0$  (dominio)

• studio segno (in  $(0, \pi/2)$ )

$r \operatorname{cos} x \operatorname{sen} x > 0$   $r > 0$  sempre, è una lunghezza

$\operatorname{cos} x > 0 \quad \forall x \in (0, \pi/2)$

$\operatorname{sen} x > 0 \quad \forall x \in (0, \pi/2)$

$\Rightarrow y > 0 \quad \forall x \in (0, \pi/2)$

• calcolo  $y'$

$y' = r(-\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 x)$

PROPR. FONDAM.  $\operatorname{cos}^2 x + \operatorname{sen}^2 x = 1 \Rightarrow -\operatorname{sen}^2 x = \operatorname{cos}^2 x - 1$

$\Rightarrow y' = r(2\operatorname{cos}^2 x - 1)$

• min/max/flessi tg orient.

$y' = 0 \Leftrightarrow 2\operatorname{cos}^2 x = 1$

$\operatorname{cos}^2 x = 1/2$

$\operatorname{cos} x = \pm 1/\sqrt{2}$

$\operatorname{cos} x = \pm \sqrt{2}/2$



$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi/4 \\ x \in (0, \pi/2) \end{cases}$

• crescente/decrescente

$y' > 0 \Rightarrow 2\operatorname{cos}^2 x > 1$

$\operatorname{cos}^2 x > 1/2$

$\operatorname{cos} x < -1/\sqrt{2} \vee \operatorname{cos} x > 1/\sqrt{2}$

$\operatorname{cos} x < -\sqrt{2}/2 \vee \operatorname{cos} x > \sqrt{2}/2$



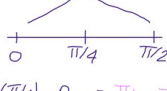
$y' > 0$

$\Leftrightarrow$

$\begin{cases} 0 < x < \pi/4 \\ x \in (0, \pi/2) \end{cases}$

$y' > 0$  per  $0 < x < \pi/4 \rightarrow$  CRESC.

$y' < 0$  per  $\pi/4 < x < \pi/2 \rightarrow$  DECR



$y'(\pi/4) = 0 \Rightarrow \pi/4$  è massimo



**PK max per  $\widehat{BAC} = \pi/4$**