

→ permette di stabilire il segno delle soluzioni di una equazione di secondo grado senza risolverla

→ mediante una specifica analisi del segno dei coefficienti

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$$

La regola di Cartesio ha senso applicarla solo nel caso in cui l'equazione ammetta 2 soluzioni (reali distinte o coincidenti)

$$\hookrightarrow \text{discriminante } \Delta = b^2 - 4ac \geq 0$$

PERMANENZA a un segno segue lo stesso segno

VARIATIONE a un segno segue il segno opposto

- a una PERMANENZA $\rightarrow$ 1 soluzione NEGATIVA
- a una VARIATIONE $\rightarrow$ 1 soluzione POSITIVA
- con 1 PERMANENZA e 1 VARIATIONE = soluzioni discordi

→ •• se la PERMANENZA PRECEDE la VARIATIONE

→ la soluzione NEGATIVA è maggiore di quella POSITIVA (in valore assoluto)

•• se la VARIATIONE PRECEDE la PERMANENZA

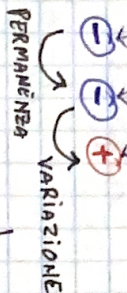
→ la soluzione POSITIVA è maggiore di quella NEGATIVA

ESEMPIO 1

$$-x^2 - 3x + 4 = 0$$

$\Delta = 9 + 16 = 25 \geq 0$ ok: posso applicare la regola di CARTESIO

$$-x^2 - 3x + 4 = 0$$



- 1 soluzione NEGATIVA
- 1 soluzione POSITIVA

soluzione negativa di valore assoluto maggiore

vero!!!

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{-2} = \frac{3 \pm 5}{-2} \rightarrow x_1 = -4, x_2 = 1$$

$$x_1 = -4 \quad 1 \text{ NEGATIVA}$$

$$x_2 = 1 \quad 1 \text{ POSITIVA}$$

$$|x_1| > x_2 \quad \text{NEGATIVA} > \text{POSITIVA}$$

(2)

E per polinomi di grado superiore al secondo?

(3)

la regola di CARTESIO permette di stabilire solo il numero massimo di radici reali POSITIVE e NEGATIVE senza fornire il numero esatto del risultato

il MASSIMO numero di radici REALI POSITIVE di un polinomio è dato dal numero di VARIAZIONI di segno tra i COEFFICIENTI CONSECUTIVI. Trascurando eventuali coefficienti nulli.

il MASSIMO numero di radici REALI NEGATIVE di un polinomio è dato dal numero di VARIAZIONI di segno tra i COEFFICIENTI CONSECUTIVI DTL Polinomio associato $P(-x)$ trascurando eventuali coefficienti nulli.

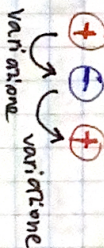
il numero di radici può essere maggiore del numero massimo consentito solo di un NUMERO PARI.

ESEMPLO 1

$$x^3 - 3x + 4 = 0$$

* $P(x)$

$$x^3 - 3x + 4$$



AL MASSIMO: 2

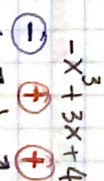
soluzioni reali positive

diminuite di 2

→ 2 o 0 soluzioni reali positive

* $P(-x)$

$$(-x)^3 - 3(-x) + 4$$



AL MASSIMO: 1

soluzione reale NEGATIVA

NON diminuite di 2

→ 1 soluzione reale negativa